8. Übungsblatt Abgabe: 18. Mai 2017 bis 9.40 Uhr im Kasten vor 3.317

Fragen zu den Aufgaben: Moritz Feyerabend, Raum 3.317, Tel.: 391-5187, m.feyerabend@tu-bs.de

14. Virialsatz (7 Punkte)

Verifizieren Sie für das Zweikörperproblem der Himmelsmechanik den Virialsatz

$$U = \frac{\langle V \rangle}{2} \quad \text{mit} \quad \langle V \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau V dt \quad .$$

τ beschreibt hierbei die Umlaufzeit. Betrachten Sie hierfür die äquivalente Einkörperbeschreibung im Schwerpunktsystem. Greifen Sie dazu auf aus der Vorlesung bekannte Ergebnisse zurück.

Hinweise: Beachten Sie zunächst $\frac{1}{\tau}\int_0^\tau V(t)dt = \frac{1}{\tau}\int_0^{2\pi} V(\varphi)\frac{dt}{d\varphi}d\varphi$. Weiterhin hilfreich sind im Skript S.85 (oben), sowie Gleichung II.186. Außerdem ist
$\int_0^{2\pi} \frac{1}{1+\epsilon\cos x}\,dx = \frac{2\pi}{\sqrt{1-\epsilon^2}}$ für $0 < \epsilon \leq 1$.

15. Nebenbedingungen (5 Punkte)

Geben Sie die Art der Nebenbedingungen sowie die Formeln für die folgenden Systeme an:

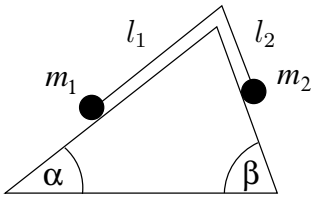
(a) eine kleine Kugel (Radius vernachlässigbar), die auf einer großen, festen Kugel hinunterrollt und sich auch von dieser ablösen kann.

(b) ein Teilchen, das auf der Innenfläche eines Rotationsparaboloids hinuntergleitet.

(c) ein Massenpunkt, der sich auf einer zeitlich veränderlichen Ebene bewegt. Zur Zeit $t = 0$ sei die Ebene in Normalenform mit dem Stützvektor $\underline{p}$ und dem Normalenvektor $\underline{n}$ gegeben, wobei $\underline{p}$ zeitlich konstant und $\underline{n} = \underline{n}(t)$ zeitlich veränderlich ist. Die Ebene drehe sich um die Achse $\underline{d} = \frac{\underline{p}\times\underline{n}(t=0)}{|\underline{p}\times\underline{n}(t=0)|}$. Der Stützvektor $\underline{p}$ zeigt hierbei auf die Drehachse. Bestimmen Sie die Formel für die Nebenbedingung in Abhängigkeit vom Winkel zwischen $\underline{n}(t=0)$ und $\underline{n}(t)$.

Hinweis zu (a): Im Falle des Ablösens geht die Gleichung für die Nebenbedingung in eine Ungleichung über.

16. D'Alembert und Gleichgewicht (8 Punkte)



$l_1 + l_2 = l$

Zwei Massenpunkte mit den Massen m_1 und m_2 sind wie in obiger Skizze über einen masselossen, reibungsfreien Faden miteinander verbunden und der Wirkung der Schwerkraft ausgesetzt.

(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die beiden Massen mit Hilfe des d'Alembertschen Prinzips auf. Führen Sie dazu zunächst ein geeignetes Koordinatensystem ein.

(b) Geben Sie die Gleichgewichtsbedingung und deren Interpretation an.