Prof. Dr. U. Motschmann
Dr. M. Feyerabend

7. Übungsblatt Abgabe: keine Abgabe

Fragen zu den Aufgaben: Moritz Feyerabend, Raum 3.317, Tel.: 391-5187, m.feyerabend@tu-bs.de

11. Momente einer einfachen Verteilungsfunktion

Wir betrachten wiederum das gleiche System von Teilchen mit konstanter homogener Teilchendichte n_0 aus Aufgabe 9). Die Geschwindigkeitsverteilung der Teilchen war gegeben durch

$$F(\underline{v}) = \frac{n_0}{8v_0^3} \quad |v_i| \leq v_0 \quad (i = x, y, z)$$
$$F(\underline{v}) = 0 \quad \text{sonst}$$

Berechnen Sie nun die weiteren Momente dieser Verteilungsfunktion

- Strömungsgeschwindigkeit
- Innere Energie
- Spannungstensor
- Wärmestromdichte

gemäß den Formeln III.7-III.10 im Skript.

12. Kinetische Plasmatheorie

Wie im Folgenden untersucht werden soll, ist die Gleichung

$$d_t F_\alpha^M(\underline{x}, \underline{v}, t) = 0$$

mit

$$F_\alpha^M(\underline{x}, \underline{v}, t) = \sum_{i=1}^{N} \delta(\underline{x} - \underline{x}_i(t)) \cdot \delta(\underline{v} - \underline{v}_i(t))$$

aus den einzelnen Teilchen-Bewegungsgleichungen zusammengesetzt.
Im Folgenden beschränken wir uns auf eine Teilchensorte, eine Raumdimension und eine Geschwindigkeitsdimension. Weitherhin sollen lediglich zwei Teilchen betrachtet werden, welche nur durch Gravitation wechselwirken können.

Mit diesen Einschränkungen ist die mikroskopische Verteilungsfunktion F^M gegeben durch:

$$F_\alpha^M(x, v, t) = \sum_{i=1}^{N} \delta(x - x_i(t)) \cdot \delta(v - v_i(t)) \quad .$$

Zeigen Sie, dass die zugehörige Gleichung

$$d_t F^M = \partial_t F^M + v\partial_x F^M + \frac{K^M}{m}\partial_v F^M = 0$$

auf die Ihnen bekannten Newtonschen Bewegungsgleichungen führt.

Hinweis:
Die konkrete Form der Kraft K^M kann erst ganz am Schluss eingesetzt werden. Delta-Funktionen können mit der Kettenregel bearbeitet werden. Eine Fallunterscheidung für Phasenraumpunkte, die zur Zeit t von einem Teilchen belegt sind oder nicht belegt sind, führt zu den gesuchten Bewegungsgleichungen.