



11. Meteoritenabsturz

(5 Punkte)

Ein Meteorit der Masse m unterliege nur der Erdanziehung. Mit welcher Geschwindigkeit v und nach welcher Zeit t erreicht er die Erdoberfläche, wenn er sich bei $t_0 = 0$ im Abstand $r_0 = R$ vom Erdmittelpunkt und in Ruhe befindet?

12. Eindimensionale Bewegung im Morse-Potential

(7 Punkte)

Ein sehr einfaches Modell für den eindimensionalen Potentialverlauf bei Molekülen ist das sogenannte MORSE-Potential mit der Form

$$V(x) = V_0 \left[\left(e^{-\alpha x} - 1 \right)^2 - 1 \right] \quad V_0 > 0, \alpha > 0 \quad .$$

Es soll der "gebundene Fall" mit Gesamtenergie $U < 0$ betrachtet werden, wobei

$$U = \frac{m}{2} \dot{x}^2 + V(x) \quad .$$

- (a) Skizzieren Sie den Potentialverlauf.
- (b) Bestimmen Sie die Umkehrpunkte der Bewegung.
- (c) Bestimmen Sie die Form der eindimensionalen Bewegung, indem Sie zunächst $t(x)$ berechnen und diesen Ausdruck nach $x(t)$ auflösen. Zeigen Sie dazu, dass die Substitution $z = \exp(-\alpha x)$ auf ein Integral der Form $\int \frac{dz}{z\sqrt{az^2 + bz + c}}$ führt und verwenden Sie

$$\int \frac{dz}{z\sqrt{az^2 + bz + c}} = \frac{1}{\sqrt{-c}} \arcsin \left(\frac{2c + bz}{z\sqrt{b^2 - 4ac}} \right)$$

- (d) Bestimmen Sie die Periodendauer einer Schwingung.

13. Lenz-Runge-Vektor

(8 Punkte)

Wir betrachten ein Potential der Form

$$V(r) = \frac{\lambda}{r^\alpha} \quad \text{mit} \quad \lambda, \alpha = \text{const} \quad . \quad (1)$$

Für ein solches Potential ist durch

$$\underline{A} = \underline{\dot{x}} \times \underline{L} + V(r)\underline{x} \quad (2)$$

der Lenz-Runge-Vektor \underline{A} definiert. Es sei $r = |\underline{x}|$ und \underline{L} der Drehimpuls.

Bitte wenden \longrightarrow

- (a) Bestimmen Sie das zu $V(r)$ gehörige Kraftfeld.
- (b) Zeigen Sie, dass der Lenz-Runge-Vektor nur für $\alpha = 1$ eine Erhaltungsgröße ist.
- (c) Zeigen Sie, dass \underline{A} senkrecht auf dem Drehimpuls steht.