5. Übungsblatt — Abgabe: 22. November 2018 bis 9.45 Uhr im Kasten vor A317

Fragen zu den Aufgaben: Moritz Feyerabend, Raum 3.317, Tel.: 391-5187, m.feyerabend@tu-bs.de

14. Integration rationaler Funktionen — 6 Punkte

(a) Berechnen Sie mittels Polynomdivision

i. $\displaystyle\int \frac{x^3+2x^2+2x+2}{x+1}\,\mathrm{d}x$

ii. $\displaystyle\int \frac{x^3+2x^2+2x+2}{x^2+1}\,\mathrm{d}x$

(b) Berechnen Sie mittels Partialbruchzerlegung

i. $\displaystyle\int \frac{1}{x^3-6x^2+11x-6}\,\mathrm{d}x$

ii. $\displaystyle\int \frac{1}{x^3-5x^2+8x-4}\,\mathrm{d}x$

15. Integrale mit Delta-Funktion — 8 Punkte

Berechnen Sie die folgenden Integrale

(a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \sin(x-\frac{\pi}{2})\delta(x)\mathrm{d}x$

(b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{\alpha(x+\beta)}\delta(x-7)\mathrm{d}x, \quad \alpha,\,\beta\,\in\mathbb{R}$

(c) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta(x+1)}{x^2+4}\mathrm{d}x$

(d) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \arctan\left(\frac{x}{2}\right)\delta(x+\gamma)\mathrm{d}x, \quad \gamma>0$

(e) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \sin(x-\frac{\pi}{2})\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\delta(x)\mathrm{d}x$

(f) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{\alpha(x+\beta)}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\delta(x-7)\mathrm{d}x, \quad \alpha,\,\beta\,\in\mathbb{R}$

(g) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\delta(x+1)}{x^2+4}\mathrm{d}x$

(h) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \arctan\left(\frac{x}{2}\right)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\delta(x+\gamma)\mathrm{d}x, \quad \gamma>0$

Bitte wenden ⟶

16. **Ableitungen der Delta-Funktion** **6 Punkte**

Die zweite Ableitung der δ-Funktion schreiben wir $\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\delta(x) = \mathrm{d}_x^2\delta(x)$.

(a) Beweisen Sie für eine hinreichend glatte Beispielfunktion $h(x)$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(x)\mathrm{d}_x^2\delta(x)\mathrm{d}x = \mathrm{d}_x^2 h(0)$$

(b) Beweisen Sie analag für die $n-$te Ableitung $\mathrm{d}_x^n\delta(x)$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(x)\mathrm{d}_x^n\delta(x)\mathrm{d}x = (-1)^n\mathrm{d}_x^n h(0)$$