


8. Krummlinige Koordinaten am Beispiel von Kugelkoordinaten
(10 Punkte)

 Wir betrachten die in der Vorlesung eingeführten Kugelkoordinaten $(\xi^1, \xi^2, \xi^3) = (r, \theta, \phi)$.

- Stellen Sie zunächst die nicht normierten Basisvektoren $\{\underline{b}_1, \underline{b}_2, \underline{b}_3\}$, $\{\underline{b}^1, \underline{b}^2, \underline{b}^3\}$ der Kugelkoordinaten durch die kartesischen dar. Zeigen Sie zudem, dass für die normierten Basisvektoren $\{\hat{\underline{b}}_1, \hat{\underline{b}}_2, \hat{\underline{b}}_3\} = \{\hat{\underline{b}}^1, \hat{\underline{b}}^2, \hat{\underline{b}}^3\} = \{\underline{e}_r, \underline{e}_\theta, \underline{e}_\phi\}$ gilt.
- Im Punkt $P = (\xi^1, \xi^2, \xi^3) = (1, \pi/4, \pi/6)$ seien in kartesischen Koordinaten die beiden Vektoren $\underline{E}_I = \sqrt{3/8} \underline{e}_1 + \sqrt{1/8} \underline{e}_2 + \sqrt{1/2} \underline{e}_3$ und $\underline{E}_{II} = -3/2 \underline{e}_1 + \sqrt{27/4} \underline{e}_2$ gegeben. Stellen Sie $\underline{E}_I$ und $\underline{E}_{II}$ bezüglich der Basen $\{\underline{b}_1, \underline{b}_2, \underline{b}_3\}$, $\{\underline{b}^1, \underline{b}^2, \underline{b}^3\}$ und $\{\underline{e}_r, \underline{e}_\theta, \underline{e}_\phi\}$ dar.
- Stellen Sie außerdem den Gradienten bezüglich der Basis $\{\underline{e}_r, \underline{e}_\theta, \underline{e}_\phi\}$ dar.

9. Bewegung in verschiedenen Koordinatensystemen
(10 Punkte)
 Σ und Σ' seien zwei kartesische Koordinatensysteme mit parallelen Achsen, die sich relativ zueinander bewegen. Die Position eines Teilchens ist zu einer beliebigen Zeit t in Σ beschrieben durch

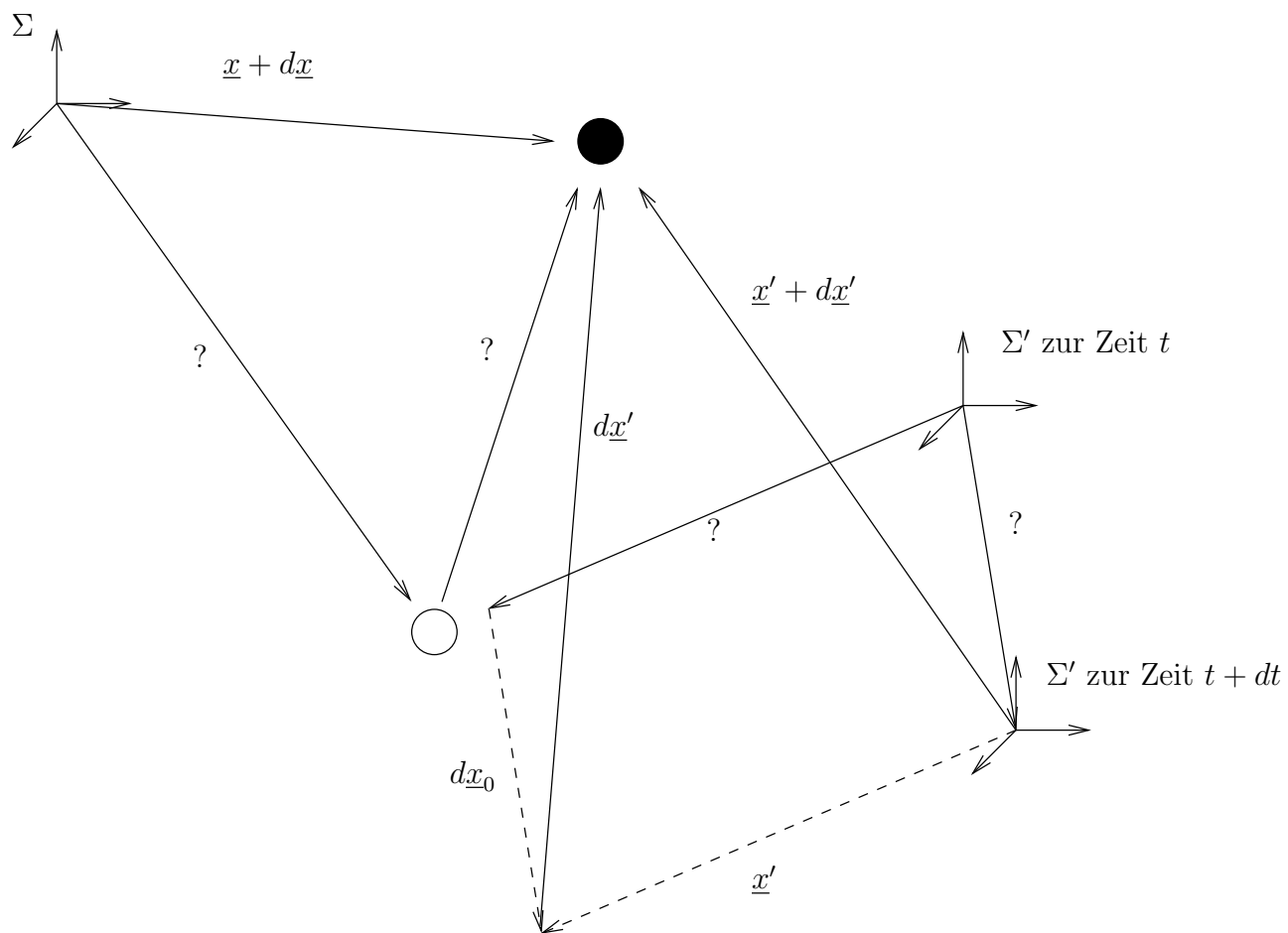
$$\underline{x}(t) = (6\mu_1 t^2 - 4\mu_2 t) \underline{e}_1 - 3\mu_3 t^3 \underline{e}_2 + 3\mu_4 \underline{e}_3 \quad (1)$$

 und in Σ' durch

$$\underline{x}'(t) = (6\mu_1 t^2 + 3\mu_2 t) \underline{e}'_1 - (3\mu_3 t^3 - 11\mu_5) \underline{e}'_2 + 4\mu_6 t \underline{e}'_3 \quad (2)$$

- Vervollständigen Sie die Bezeichnungen der durchgezogenen Vektorpfeile in der Skizze. Verwenden Sie die Symbole wie in der Vorlesung ($\underline{x}$, $\underline{x}'$, $d\underline{x}$, $d\underline{x}_0$).
- Begründen Sie, warum Sie für die differentiellen Vektoren $d\underline{x}$, $d\underline{x}'$, $d\underline{x}_0$ sowohl die kartesische Basis $\{\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3\}$ als auch gleichberechtigt die Basis $\{\underline{e}'_1, \underline{e}'_2, \underline{e}'_3\}$ benutzen können.
- Berechnen Sie, mit welcher Geschwindigkeit sich Σ' relativ zu Σ bewegt.
- Bestimmen Sie, welche Beschleunigung das Teilchen in Σ und Σ' erfährt.
- Wenn Σ ein Inertialsystem ist, ist dann auch Σ' ein Inertialsystem?

Bitte wenden →



- Massenpunkt zur Zeit t
- Massenpunkt zur Zeit $t + dt$