INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
Dr. M. Feyerabend



3. Übungsblatt Abgabe: keine Abgabe

**Fragen zu den Aufgaben:** Moritz Feyerabend, Raum 3.317, Tel.: 391-5187, m.feyerabend@tu-bs.de

5. **Gradientendrift**

In dieser Aufgabe soll die Bewegung geladener Teilchen auf den Fall schwach inhomogener Magnetfelder verallgemeinert werden. Es wird sich die s.g. Gradientendrift einstellen. Die Formel für diese Gradientendrift soll am Beispiel einer einfachen Geometrie hergeleitet werden.
Wir betrachten dazu ein Teilchen mit Masse $m$ und Ladung $q$ in einem zeitlich konstanten Magnetfeld $\underline{B} = B\underline{e}_z$, wobei $B = B(y)$ eine Funktion von $y$ sei. Die Variation von $B(y)$ sei klein im Verhältnis zum Gyroradius $r_g$ des Teilchens:

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}y} \ll \frac{B}{r_g}$$

(a) Leiten Sie die Bewegungsgleichungen für die Geschwindigkeit $\underline{v} = (v_x, v_y, v_z)$ des Teilchens her. Stellen Sie damit –analog zur Behandlung der Gyration in der Übung– Gleichungen für $\ddot{v}_x$ und $\ddot{v}_y$ auf.

(b) Machen Sie eine Taylorentwicklung für $B(y)$ um das Führungszentrum $(x_0, y_0)$ des Teilchens bis zur ersten Ordnung und zeigen Sie, dass damit die Bewegungsgleichungen aus Teil (a) umgeschrieben werden können zu:

$$\ddot{v}_x = -\Omega^2 v_x - \frac{q}{m}\frac{v_0^2}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}y}\left(3\cos(2\Omega t) + 1\right) \qquad (1)$$

$$\ddot{v}_y = -\Omega^2 v_y + \frac{q}{m}\frac{3v_0^2}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}y}\sin(2\Omega t) \qquad (2)$$

wobei $\Omega \equiv qB(y_0)/m$ die Gyrofrequenz ist.

*Hinweis:* Verwenden Sie für $v_x$, $v_y$ und $y - y_0$ in den Termen erster Ordnung die bekannten Lösungen für die Gyration bei konstantem Magnetfeld mit der Startbedingung $\underline{v}(t = 0) = (v_0, 0, 0)$.

(c) Finden Sie eine Lösung der Gleichungen (1) und (2), die sich aus einer Gyrationsbewegung und einer Driftbewegung *mit konstanter Geschwindigkeit* senkrecht zum Magnetfeld zusammensetzt.

*Hinweis:* Mitteln Sie die Bewegungsgleichungen (1) und (2) über eine Gyrationsperiode und bestimmen Sie daraus die Driftgeschwindigkeit.

(d) Zeigen Sie, dass Ihr Ergebnis mit dem allgemeinen Ausdruck für die Gradientendrift konsistent ist:

$$\underline{v}_D = \frac{mv_\perp^2}{2qB^3}\left(\underline{B} \times \nabla \underline{B}\right) \quad . \qquad (3)$$