INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

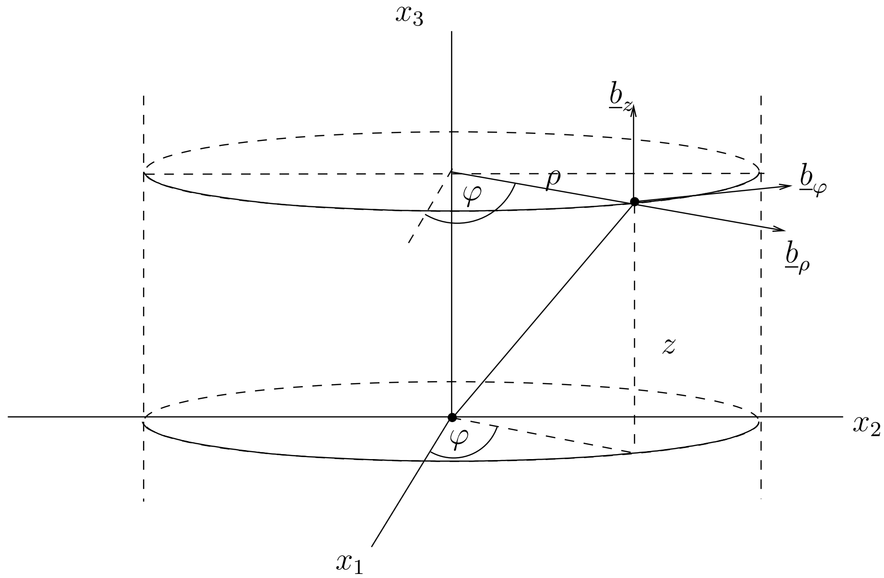
Prof. Dr. U. Motschmann
P. Meier, M. Sc.

2. Übungsblatt — Abgabe: 24. April 2015 bis 14 Uhr im Kasten vor A317

Fragen zu den Aufgaben: P. Meier, Raum A223, Tel.: 391-5189, patrick.meier@tu-bs.de

4. **Zylinderkoordinaten** **(10 Punkte)**

In vielen Fällen ist es zweckmäßig der Problemstellung angepasste Koordinaten zu verwenden, wie z. B. die Zylinderkoordinaten $\xi^1 = \rho\,,\ \xi^2 = \varphi\,,\ \xi^3 = z$.



Der Zusammenhang mit den kartesischen Koordinaten ist gegeben durch

$$x_1 = \rho\cos\varphi$$
$$x_2 = \rho\sin\varphi$$
$$x_3 = z \quad .$$

(a) Berechnen Sie die Basisvektoren

$$\underline{b}_a = \frac{\partial \underline{x}}{\partial \xi^a} \quad ,$$

wobei $\underline{x} = (x_1, x_2, x_3)$ der Ortsvektor sei und normieren Sie diese. Die normierten Basisvektoren bezeichnen wir mit $\hat{\underline{b}}_a$, $a \in \{\rho, \phi, z\}$.

(b) Stellen Sie $\underline{x}$ in der Basis $\{\hat{\underline{b}}_a\}$ dar und berechnen Sie die Geschwindigkeit $\underline{v} = \dot{\underline{x}}$.

Bitte wenden $\longrightarrow$

5. **Das begleitende Dreibein** **(10 Punkte)**

Wir betrachten die Bahnkurve

$$\underline{x}(t) = \begin{pmatrix} 3\sin\frac{t}{t_0} \\ 4\frac{t}{t_0} \\ 3\cos\frac{t}{t_0} \end{pmatrix} \quad .$$

Um den Verlauf der Kurve in einem Punkt beschreiben zu können, verwendet man das „begleitende Dreibein“ aus Tangenteneinheitsvektor $\underline{t} = \frac{\dot{\underline{x}}(t)}{|\dot{\underline{x}}(t)|}$, Hauptnormaleneinheitsvektor $\underline{n} = \frac{\dot{\underline{t}}(t)}{|\dot{\underline{t}}(t)|}$ und Binormaleneinheitsvektor $\underline{b} = \underline{t} \times \underline{n}$. Berechnen Sie

(a) die Bogenlänge $s(t)$, wobei $s(t = 0) = 0$ sein möge;

(b) das begleitende Dreibein allgemein und für $t = 5\pi t_0$;

(c) die Krümmung $\kappa = \left|\frac{d\underline{t}}{ds}\right|$;

(d) die Torsion $\tau = -\frac{d\underline{b}}{ds} \cdot \underline{n}(s)$ der Raumkurve .