

9. Übungsblatt

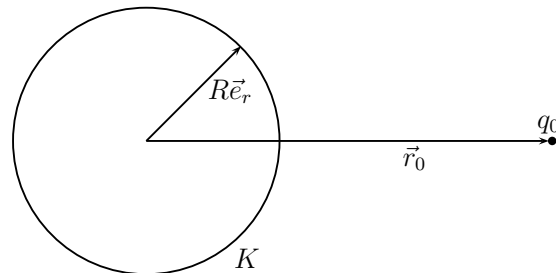
Abgabe: Do, 14.06.2018 bis 09:45 Uhr, Kasten neben A316

Übungsblätter gibt es unter <https://www.tu-bs.de/theophys/edu/sose18/edyn>.

38. Bildladung (12 Punkte)

Gegeben sei eine geerdete, metallische Kugel K mit Radius R um den Ursprung herum.

Bringt man eine Punktladung q_0 an den Ort $\vec{r}_0$ (siehe Skizze) außerhalb der Kugel, so entsteht auf der Kugeloberfläche eine Influenzladung.



- Bestimmen Sie das Potential $\Phi(\vec{r})$ im Außenraum der Kugel mit Hilfe der Methode der Bildladung unter der Randbedingung $\Phi(\vec{r})|_{\vec{r} \in \partial K} = 0$.
- Beantworten Sie die folgenden Fragen und geben Sie jeweils eine kurze Begründung an:
 - Wie groß ist das elektrische Feld im Innenraum der Kugel?
 - Unter welchem Winkel trifft das elektrische Feld auf die Kugeloberfläche?
 - Auf welchen Linien auf der Kugeloberfläche gilt $\sigma(\vec{r}) = \text{const.}$?
- Berechnen Sie die Influenzladung $\sigma(\vec{r})$, indem Sie den Gaußschen Satz an der Oberfläche der Kugel ausnutzen.
- Bestimmen Sie die influenzierte Gesamtladung durch Integration über die Kugeloberfläche und vergleichen Sie mit der Stärke der Bildladung.
- Berechnen Sie die von der influenzierten Ladung ausgeübte Kraft auf die Punktladung q_0 als Funktion des Abstands $r_0 = |\vec{r}_0|$, indem Sie die Beiträge von Flächenelementen dA auf der Kugeloberfläche aufintegrieren. Diskutieren Sie den Grenzfall $r_0 \gg R$.
- Nehmen Sie nun an, die Kugel sei nicht mehr geerdet, sondern auf konstantem Potential $\Phi_0 > 0$ gehalten.
Wie müssen jetzt Bildladungen gewählt werden, um dieses Randwertproblem zu lösen?

Hinweis: Nutzen Sie bei der Berechnung der Integrale Kugelkoordinaten und die Symmetrie des Problems. Geeignete Substitutionen und eine Partialbruchzerlegung (in Teil (e)) können die Berechnung vereinfachen.

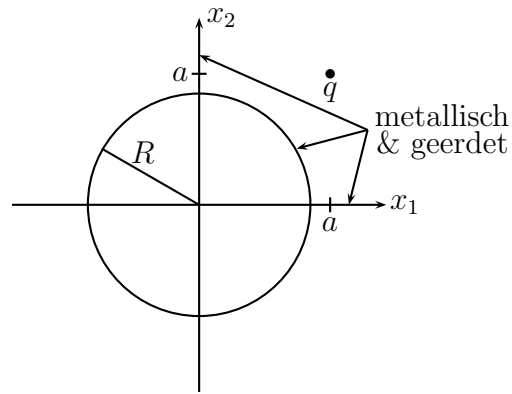
Bitte wenden! →

39. Mehr Bildladungen (4 Punkte)

Bestimmen Sie das Potential Φ im Bereich $\{r | x_1, x_2 > 0; \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} > R\}$ für die in der Skizze dargestellte Geometrie:

Eine Punktladung q befindet sich bei $(a, a, 0)$. Die Metallplatten entlang der Koordinatenachsen x_1 und x_2 sowie die Kugel um den Ursprung mit Radius R seien metallisch und geerdet.

Zeigen Sie insbesondere auch, dass $\Phi = 0$ für $x_1 = 0$ bzw. $x_2 = 0$ und auf der Oberfläche der Kugel erfüllt ist.



40. Nicht-ganz-so-paralleler Plattenkondensator (4 Punkte)

★ Vorlesung von Dienstag notwendig ★

Wir betrachten den *nicht-ganz-so-parallelen* Plattenkondensator (siehe Skizze). Zwischen den Platten liege die Spannung U an.

Berechnen Sie die Kapazität und vernachlässigen Sie dabei Randeffekte.

Gehen Sie wie folgt vor:

- Führen Sie Zylinderkoordinaten (r, ϕ, z) ein, wobei die z -Achse in der Schnittgeraden der beiden Plattenebenen liege. Begründen Sie, dass das Potenzial nur von ϕ abhängt.
- Lösen Sie die Laplace-Gleichung im Volumen zwischen den Platten. Verwenden Sie als Randbedingungen $\Phi(x_1, x_2 = 0, x_3) = 0$ und geben Sie das elektrische Feld $\vec{E}$ an.
- Berechnen Sie die Ladung Q auf der Kondensatorplatte bei $x_2 = 0$.

