

8. Übungsblatt

Abgabe: Do, 07.06.2018 bis 09:45 Uhr, Kasten neben A316

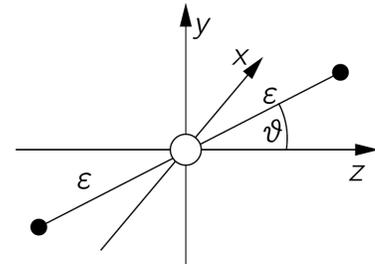
Übungsblätter gibt es unter <https://www.tu-bs.de/theophys/edu/sose18/edyn>.

34. Wissensfragen (3 Punkte)

- (a) Was ist die Wellenzone einer Multipolentwicklung?
- (b) Geben Sie die Regel der partiellen Integration für ein bestimmtes Integral an.
- (c) Geben Sie die Einheit des magnetischen Moments im Gauß'schen Einheitensystem an.

35. Drehmoment auf einen Quadrupol (8 Punkte)

Wir betrachten den reinen Quadrupol aus der Vorlesung in einem axialsymmetrischen elektrischen Feld entlang der z-Achse. Der Quadrupol sei von der z-Achse weg um einen Winkel ϑ um die x-Achse gedreht (siehe Skizze).



- (a) Zeigen Sie, dass die Ladungsverteilung für $\epsilon \rightarrow 0$

$$\rho(\vec{r}) = \frac{Q}{2} \left(\cos \vartheta \frac{\partial}{\partial z} + \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 \delta(\vec{r})$$

ist.

- (b) Entwickeln Sie das Potenzial des äußeren Feldes in eine Potenzreihe um $\vec{r} = 0$ bis zur 2. Ordnung. Nutzen Sie die Symmetrie des Problems, um den Ausdruck zu vereinfachen. Zeigen Sie, dass

$$\phi(\vec{r}) = \phi_0 + \phi_z z + \frac{1}{2} \phi_{zz} \left(z^2 - \frac{x^2 + y^2}{2} \right) + \dots$$

$$\text{mit } \phi_z := \partial_z \phi|_{\vec{r}=0}, \quad \phi_{zz} := \partial_z^2 \phi|_{\vec{r}=0}$$

gilt. Benutzen Sie hierfür die Poisson-Gleichung und nehmen Sie an, dass das Potenzial nicht durch Ladungen im Ursprung erzeugt wird.

- (c) Zeigen Sie unter Benutzung der Ergebnisse aus den Teilen (a) und (b), dass für das Drehmoment gilt:

$$\vec{D} = \left(-\frac{3}{4} Q \phi_{zz} \sin(2\vartheta), 0, 0 \right)^T.$$

Hinweis: Hierfür müssen Sie zweimal partiell integrieren.

Bitte wenden! →

36. **Magnetisches Moment (3 Punkte)**

Berechnen Sie das magnetische Moment \vec{m} eines infinitesimal dünnen Leiterdrahtes, der als Quadrat mit Kantenlänge a geformt ist und in der xy -Ebene liegt. Durch den Draht fließt der konstante Strom I . Der Koordinatenursprung sei im Mittelpunkt des Quadrates. Welchen Beitrag liefert das magnetische Moment \vec{m} im Allgemeinen und in diesem Beispiel zur magnetischen Induktion \vec{B} ?

37. **Richtantenne (6 Punkte + 2 Bonuspunkte) ★ Vorlesung von Dienstag notwendig ★**

Betrachten Sie die folgende Anordnung zweier Dipole $\vec{p}_{1(2)} = p_{1(2)}\vec{n}_y$, die mit gleicher Kreisfrequenz $\omega = kc$ schwingen, eine Phasenverschiebung α gegeneinander haben (d.h. $p_2 = e^{i\alpha} p_1$) und im Abstand d auf der x -Achse angebracht sind. Diese Anordnung beschreibt eine einfache Richtantenne.

- (a) Berechnen Sie zur Zeit $t = 0$ das \vec{B} - und \vec{E} -Feld und den Poyntingvektor am Ort $\vec{r} = (x, y, 0)$ als Funktion von x und y .
- (b) Nehmen Sie nun an, dass $kd = \pi$ ist. Geben Sie damit ein "optimales" α an, so dass \vec{B} - und \vec{E} -Feld und der Poyntingvektor längs der x/h -Achse am größten/kleinsten werden.
Hinweis: Sie dürfen natürlich rechnen, einfacher ist es aber, sich z. B. die Interferenz der \vec{B} -Felder der beiden Dipole längs der x/h -Achse zu vergegenwärtigen. Beschreiben Sie damit Ihre Wahl von α in Worten.
- (c) Wie kann man diese Richtantenne durch Hinzunahme weiterer Dipole verbessern?
- (d) **(Bonus)** Antennencharakteristik: Erstellen Sie mit einem Grafikprogramm Ihrer Wahl einen Contourplot von entweder $|\vec{B} \cdot \vec{B}^*|$ oder $|\vec{E} \times \vec{B}^*|$ in der xy -Ebene.

