



6. Übungsblatt

Abgabe: Di, 27.11.2018 bis 11:30 Uhr, Kasten neben A316

Übungsblätter gibt es unter <https://www.tu-bs.de/theophys/edu/wise-1819/thermo1819>.

23. **Wissensfragen (4 Punkte)**

Bitte benennen Sie alle verwendeten Symbole und Größen.

- (a) Was ist die Entropie und wie ist sie definiert? Beschreiben Sie als Beispiel die Entropie für N Mikro-Zustände, die mit gleicher Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{N}$ vorkommen. Berechnen Sie Ihre Entropie mit großem N im Vergleich zum Fall $N = 1$, also dem eines Systems mit nur einem einzigen Zustand.
- (b) Was sind extensive/intensive Zustandsgrößen? Geben Sie ein paar Beispiele an. Begründen Sie, dass die Entropie extensiv ist.
- (c) Geben Sie den Mittelwert der Energie und den der Teilchenzahl unter Verwendung der großkanonischen Zustandssumme an.

24. **Entropie des idealen Gases (4 Punkte)**

- (a) Bestimmen Sie die Abhängigkeit der Entropie S eines idealen Gases von E , V und N aus der thermischen

$$pV = NkT$$

und der kalorischen Zustandsgleichung

$$E = \frac{3}{2}NkT.$$

Verwenden Sie dazu den ersten Hauptsatz der Thermodynamik

$$dE = T dS - p dV$$

und beachten Sie dabei, dass S extensiv ist, also

$$S = N s(E/N, V/N).$$

- (b) Bestimmen Sie erneut die Entropie, aber dieses Mal mithilfe der Termzahl $g(E)$ aus Aufgabe 9 (d). Bestimmen Sie aus der so erhaltenen Entropie die oben genannten Zustandsgleichungen. Überprüfen Sie auch die Extensivität der Entropie, einmal mit und einmal ohne Gibb'schen Korrekturfaktor $N!$.
Hinweis: Nähern Sie für große N : $\ln(N!) \approx N \ln N - N$.

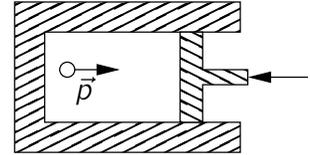
Bitte wenden! →

25. Adiabatische Invarianz des Phasenraums (4 Punkte)

Ein Teilchen befindet sich in einem Kasten der Länge l . Das Phasenraumvolumen des Systems ist $\phi(p) = 2lp$, wobei $p = |\vec{p}|$ der Impuls des Teilchens ist. Zur Vereinfachung sei die Bewegung im Kasten eindimensional angenommen. Wir betrachten zwei Fälle:

- Der Stempel werde nun **langsam** (Geschwindigkeit $u = |\vec{u}|$) und **kontinuierlich** hineingeschoben. Es soll eine Reflexion des Teilchens am Stempel möglich sein, so dass das System Gleichgewichtszustände durchläuft.
- Betrachten Sie nun den Fall, dass der Stempel **schnell** zwischen zwei Stößen des Teilchens hineingeschoben wird. D. h. es handelt sich nicht um eine Folge von Gleichgewichtszuständen.

Berechnen Sie für beide Fälle die Änderung des Phasenraumvolumens ϕ . Die Masse des Stempels ist wesentlich größer als die Masse des Teilchens. Erklären Sie anschaulich (ohne Rechnung), wie die jeweiligen Entropieänderungen in den beiden Fällen zustandekommen.



26. Thermische Fluktuationen (8 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass folgende Beziehungen in der großkanonischen Gesamtheit gelten:

i.
$$\langle (\Delta N)^2 \rangle = kT \left(\frac{\partial N}{\partial \mu} \right)_T$$

ii.
$$\langle \Delta E \Delta N \rangle = kT \left(\frac{\partial E}{\partial \mu} \right)_T$$

iii.
$$\langle (\Delta E)^2 \rangle = kT^2 \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_\mu + kT \mu \left(\frac{\partial E}{\partial \mu} \right)_T$$

Dabei ist E die mittlere Energie, N die mittlere Teilchenzahl, $kT = 1/\beta$ und μ das chemische Potential.

- Berechnen Sie die mittleren quadratischen Fluktuationen des Volumens eines Systems bei konstantem Druck. Geben Sie einen Zahlenwert für 1 l Wasser bei $T = 300$ K an. Für Wasser erhält man aus dem Experiment $-\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} = 5 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$.
- An einem Kondensator liege eine konstante Spannung an. Berechnen Sie die Ladungsfluktuationen $\langle (\Delta q)^2 \rangle$ am Kondensator. Gehen Sie dazu wie folgt vor:
 - Bestimmen Sie den statistischen Operator unter den Nebenbedingungen $\text{Sp}(\rho) = 1$ und $\langle q \rangle = Q$, wobei Q die mittlere Ladung der Kondensatorplatten darstellt.
 - Leiten Sie den Zusammenhang zwischen dem Lagrange-Parameter von q und der anliegenden Spannung U her. Vergleichen Sie hierzu Ihren Ausdruck mit der Formel für die in einem Kondensator gespeicherte Energie.
 - Berechnen Sie mithilfe des statistischen Operators die Ladungsfluktuation. Sie sollten einen analogen Ausdruck wie in Aufgabenteil a.i erhalten.
 - Begründen Sie das Vorzeichen in Ihrem Endresultat. Was muss für das Schwankungsquadrat immer gelten?

