



6. Übungsblatt

Abgabe: Do, 17.05.2018 bis 09:45 Uhr, Kasten neben A316

Übungsblätter gibt es unter <https://www.tu-bs.de/theophys/edu/sose18/edyn>.

24. Wissensfragen (5 Punkte)

- (a) Geben Sie die Maxwell-Gleichungen im cgs-System an.
- (b) Geben Sie alle Möglichkeiten an durch Kombination einer Ableitung ∂^μ mit den zwei Vierer-Vektoren $A^\mu(x)$ und $B^\mu(x)$ einen Vierer-Vektor zu erzeugen.
- (c) Wie lauten die retardierten/avancierten Green'schen Funktionen der Wellengleichung?
- (d) Das Vierer-Potenzial $A^\mu = (\vec{A}, \phi)$ erfüllt $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$. Wie drückt sich damit $\vec{E}$ durch $(\vec{A}, \phi)$ aus? Der Feldtensor lautet

$$F^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & B^3 & -B^2 & -E^1 \\ -B^3 & 0 & B^1 & -E^2 \\ B^2 & -B^1 & 0 & -E^3 \\ E^1 & E^2 & E^3 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (e) Geben Sie die Maxwell-Gleichungen ausgedrückt durch $F^{\mu\nu}$ an (2 Stück).

25. Polarisation ebener Wellen im Vakuum (4 Punkte)

- (a) Leiten Sie die homogene Wellengleichung für $\vec{B}$ aus den Maxwell-Gleichungen ab, ohne die Potentiale zu verwenden ($\vec{j} = \vec{0}$, $\rho = 0$).
- (b) Das elektrische Feld sei als ebene Welle in der Form

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{E_0}{a}(\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2)e^{i(kx_3 - \omega t)}, \quad \vec{k} = k\vec{e}_3$$

vorgegeben, wobei $a \neq 0$ eine beliebige reelle Zahl sei. Berechnen Sie die magnetische Induktion $\vec{B}$ und geben Sie deren Polarisation an.

- (c) Die magnetische Induktion sei als ebene Welle vom Typ

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = B_0 \cos(kx_3 - \omega t)\vec{e}_1 + B_0 \sin(kx_3 - \omega t)\vec{e}_2$$

vorgegeben. Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}$ und geben Sie die Polarisation von $\vec{E}$ an.

Bitte wenden! →

26. **Flug durch einen unendlich großen Plattenkondensator (3 Punkte)**

Im Inertialsystem Σ gelte $\vec{E} = E_0 \vec{e}_2$ und $\vec{B} = 0$.

- Was für Felder werden aus einem mit $\vec{v}_0$ relativ zu Σ bewegten Inertialsystem Σ' beobachtet? Diskutieren Sie die Fälle $\vec{E} \parallel \vec{v}_0$ und $\vec{E} \perp \vec{v}_0$.
- Geben Sie jeweils die Lorentzkraft aus Sicht eines Beobachters in Σ bzw. Σ' an, die eine Punktladung erfährt, die in Σ am Ort $\vec{r} = 0$ ruht.

27. **Elektromagnetisches Feld einer bewegten Punktladung (8 Punkte + 4 Bonuspunkte)**

In dieser Aufgabe soll das Feld einer mit konstanter Geschwindigkeit bewegten Punktladung berechnet werden.

- Bestimmen Sie das Vierer-Potenzial $A^{\mu'}$ der Punktladung in ihrem Ruhesystem Σ' . Geben Sie das Vierer-Potenzial aus Sicht eines relativ zu Σ' mit $\vec{v} = v_0 \vec{e}_1$ bewegten Inertialsystems Σ an.

Welche Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$ beobachtet man in Σ ?

Bestimmen Sie die Äquipotenzialflächen $\Phi(\vec{r}) = \text{const}$ und skizzieren Sie diese sowie die Feldlinien von $\vec{E}$.

- Aus der Vorlesung sind die Liénard-Wiechert Potenziale bekannt. Berechnen Sie $\vec{E}$ und $\vec{B}$ für den Fall einer Punktladung, die sich mit konstantem $\vec{v} = v_0 \vec{e}_1$ bewegt. Leiten Sie dazu die folgende Form der Liénard-Wiechert Potenziale ab:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{q}{c} \frac{\vec{v}(\tau)}{[|\vec{r} - \vec{r}(\tau)| - (1/c) \vec{v}(\tau) \cdot (\vec{r} - \vec{r}(\tau))]} \Big|_{\tau=t_{\text{ret}}}$$

$$\Phi(\vec{r}, t) = \frac{q}{[|\vec{r} - \vec{r}(\tau)| - (1/c) \vec{v}(\tau) \cdot (\vec{r} - \vec{r}(\tau))]} \Big|_{\tau=t_{\text{ret}}}.$$

$\vec{r}$ ist der Beobachtungspunkt in Σ , $\vec{r}(t)$ ist die Bahnkurve der Punktladung und $\vec{v}(t)$ ihre Geschwindigkeit.

Beachten Sie beim Differenzieren, dass die Gleichung $t_{\text{ret}} = t - |\vec{r} - \vec{r}(t_{\text{ret}})|/c$ eine implizite Definition der retardierten Zeit darstellt.

Hinweise:

- Es ist hilfreich, die Abkürzungen

$$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}(t_{\text{ret}}); \quad R = |\vec{R}|; \quad v_R = \frac{\vec{v}(t_{\text{ret}}) \cdot \vec{R}}{R}$$

einzuführen und zunächst die Ausdrücke $\partial t_{\text{ret}}/\partial t$; ∇t_{ret} ; ∇R ; ∇v_R usw. zu bestimmen, *ohne* dabei die retardierte Zeit zu eliminieren.

- Stellen Sie damit zunächst $\vec{E}$ in Abhängigkeit von $\vec{R}$ und v_R dar.

(c) **Bonusaufgabe:**

Formen Sie $\vec{E}$ solange um, bis Sie für $\vec{E}$ Ihr Ergebnis aus Teil (a) erhalten.

Hinweis:

Um mit (a) vergleichen zu können, muss die retardierte Zeit aus $\vec{E}$ eliminiert werden. Zeigen Sie dazu:

$$\vec{r} - \vec{v}t = \vec{R} - R \frac{\vec{v}}{c} \quad \text{und} \quad R^2(1 - v_R/c)^2 = (\vec{r} - \vec{v}t)^2 - [(\vec{v}/c) \times (\vec{r} - \vec{v}t)]^2.$$