INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. W. Brenig
M.Sc. Boris Celan
Dipl.-Phys. Björn Willenberg

Thermodynamik und Quantenstatistik WiSe 2013/14

6. Übungsblatt Abgabe: Di, 26.11.2013 bis 11.30 Uhr, Kasten neben A316

Übungsblätter gibt es unter `https://www.tu-bs.de/theophys/edu/wise-1314/thermo1314`.

15. **Maximierung der Entropie III - kanonische Verteilung**
Zeigen Sie, dass die Entropie

$$S(\rho_1, \ldots, \rho_n, \ldots) = -k \sum_n \rho_n \ln \rho_n$$

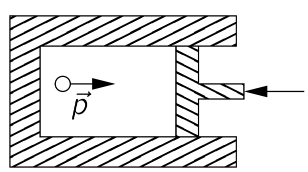
unter den Nebenbedingungen $\sum_n \rho_n = 1$ und $\langle E \rangle = E$ bei $\rho_n = \frac{e^{-\beta E_n}}{Z}$ ein Extremum besitzt.

16. **Adiabatische Invarianz des Phasenraums**
Ein Teilchen befinde sich in einem Kasten der Länge l. Das Phasenraumvolumen des Systems ist $\phi(p) = 2lp$, wobei $p = |\vec{p}|$ der Impuls des Teilchens ist. Zur Vereinfachung sei die Bewegung im Kasten eindimensional angenommen. Wir betrachten zwei Fälle:

(a) Der Stempel werde nun langsam (Geschwindigkeit $u = |\vec{u}|$) und kontinuierlich hineingeschoben. Es soll eine Reflexion des Teilchens am Stempel möglich sein, so dass das System Gleichgewichtszustände durchläuft.

(b) Betrachten Sie nun den Fall, dass der Stempel schnell zwischen zwei Stößen des Teilchens hineingeschoben wird. D. h. es handelt sich nicht um eine Folge von Gleichgewichtszuständen.

Berechnen Sie für beide Fälle die Änderung des Phasenraumvolumens ϕ. Die Masse des Stempels ist wesentlich größer als die Masse des Teilchens. Erklären Sie anschaulich (ohne Rechnung), wie die jeweiligen Entropieänderungen in den beiden Fällen zustandekommen.



Bitte wenden! →

17. **Thermische Fluktuationen**

(a) Zeigen Sie, dass folgende Beziehungen in der großkanonischen Gesamtheit gelten:

i.
$$\left\langle (\Delta N)^2 \right\rangle = kT \left(\frac{\partial N}{\partial \mu} \right)_T$$

ii.
$$\langle \Delta E \, \Delta N \rangle = kT \left(\frac{\partial E}{\partial \mu} \right)_T$$

iii.
$$\left\langle (\Delta E)^2 \right\rangle = kT^2 \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_\mu + kT\mu \left(\frac{\partial E}{\partial \mu} \right)_T$$

Dabei ist E die mittlere Energie, N die mittlere Teilchenzahl, $kT = 1/\beta$ und μ das chemische Potential.

(b) Berechnen Sie die mittleren quadratischen Fluktuationen des Volumens eines Systems bei konstantem Druck. Geben Sie einen Zahlenwert für $1\,\ell$ Wasser bei $T = 300\,\mathrm{K}$ an. Für Wasser erhält man aus dem Experiment $-\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial p} = 5 \times 10^{-10}\,\mathrm{Pa}^{-1}$.

(c) An einem Kondensator liege eine konstante Spannung an. Berechnen Sie die Ladungsfluktuationen $\left\langle (\Delta q)^2 \right\rangle$ am Kondensator. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

i. Bestimmen Sie den statistischen Operator unter den Nebenbedingungen $\mathrm{Sp}(\rho) = 1$ und $\langle q \rangle = Q$, wobei Q die mittlere Ladung der Kondensatorplatten darstellt.

ii. Leiten Sie den Zusammenhang zwischen dem Lagrange-Parameter von q und der anliegenden Spannung U her. Vergleichen Sie hierzu Ihren Ausdruck mit der Formel für die in einem Kondensator gespeicherten Energie.

iii. Berechnen Sie mithilfe des statistischen Operators die Ladungsfluktuation. Sie sollten einen analogen Ausdruck wie in Aufgabenteil 17(a)i erhalten.

iv. Begründen Sie das Vorzeichen in Ihrem Endresultat. Was muss für das Schwankungsquadrat immer gelten?