INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. Björn Willenberg
M.Sc. Boris Celan

Rechenmethoden II SoSe 2013

6. Übungsblatt Abgabe: Di, 28.05.2013 bis 11.30 Uhr, Kasten neben A316

Übungsblätter gibt es unter `https://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu/sose13/rm213`.

18. **Komplexe Zahlen**
Im Folgenden seien $z, w \in \mathbb{C}$.

(a) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil, sowie den Betrag von $z+w$, zw, w^{-1} und z/w für $z = i - 2$ und $w = i - (2i-1)^2$.

(b) Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichungen $z^8 = 1$ und $z^8 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Skizzieren Sie zusätzlich alle Lösungen von $z^8 = 1$ in der komplexen Ebene.

(c) Zeigen Sie:

i. $\sqrt[i]{i} \in \mathbb{R}$ und $i^i \in \mathbb{R}$.

ii. $\sin(iz) = i\sinh(z)$,

iii. $\sin(z \pm w) = \sin(z)\cos(w) \pm \cos(z)\sin(w)$,

19. **Verzweigungspunkte, Riemann'sche Blätter**
Betrachten Sie die Funktion $w = \sqrt[3]{z^2+1}$.

(a) Zeigen Sie, dass die Funktion zwei Verzweigungspunkte bei $\pm i$ besitzt. Aus wie vielen Blättern setzt sich die Riemann'sche Fläche zusammen?

(b) Zeichnen Sie eine Verzweigungslinie.

(c) Skizzieren Sie den Imaginär- sowie den Realteil der Funktion (Plots gängiger Mathe-Software sind erlaubt).

20. **Analytische Funktionen**
Prüfen Sie, ob die folgenden Funktionen holomorph sind, wobei $z \in \mathbb{C}$, $x, y \in \mathbb{R}$ ist:

(a) $x^2 + iy^3$

(b) e^{iz^*}

(c) $\sin z$

(d) $\cos|z|$