Technische Universität Braunschweig

INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Dr. R. Steinigeweg
Dipl.-Phys. B. Willenberg

Rechenmethoden I — WS 2012/13

5. Übungsblatt — Abgabe: 28./29. November 2012 in der Übung

Übungsblätter gibt es unter `https://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu/wise-1213/rm11213`.

15. **Integrale**
Lösen Sie die nachfolgenden Integrale unter Angabe der verwendeten Integrationsregel(n):

(a) $\int \sin^4(x)\cos(x)\,\mathrm{d}x$

(b) $\int x^2\cos(2x)\,\mathrm{d}x$

(c) $\int_{-\infty}^{\infty} x^5\,\cos(x)\,\frac{\exp(x^2)-1}{\ln(x^2+2)}\,\mathrm{d}x$

(d) $\int_{-2}^{4} |x|\,\mathrm{d}x$

(e) $\int_0^1 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$

(f) $\int_{-a}^{a} x^4\,\sin(x)\,\cos(x)\,\mathrm{d}x$

16. **Temperatur der Sonnenoberfläche**
Das Wien'sche Strahlungsgesetz

$$f(\omega) \propto \frac{\omega^3}{\exp(\frac{\hbar\omega}{k_B T})}$$

gibt in durchaus guter Näherung an, wie viel Leistung ein schwarzer Strahler pro Frequenz abstrahlt. So lässt sich die Oberflächentemperatur der Sonne berechnen, wenn man den Mittelwert der abgestrahlten Frequenzen kennt.

(a) Leiten Sie (z.B. durch Induktion) die Lösung des Integrals

$$\int_0^\infty x^n\,e^{-x}\,\mathrm{d}x$$

her.

(b) Der Erwartungswert von $\omega$ ist definiert als

$$\langle\omega\rangle = \frac{1}{\mathrm{Norm}}\int_0^\infty \mathrm{d}\omega\,\omega\,f(\omega), \qquad \mathrm{Norm} = \int_0^\infty \mathrm{d}\omega\,f(\omega).$$

Bei der Sonne ist $\langle\omega\rangle/(2\pi) \approx 500\cdot 10^{12}$ Hz (gelb-orange). Berechnen Sie die Temperatur $T$.

17. **Existenz von Nullstellen**
Betrachten Sie ein Polynom der Form

$$f(x) = \sum_{j=0}^{n} a_j\,x^j$$

mit konstanten Koeffizienten $a_j$. Für die Koeffizienten möge gelten:

$$\sum_{j=0}^{n} \frac{a_j}{j+1} = 0.$$

Begründen Sie: $f(x)$ besitzt im Intervall $0 < x < 1$ (mindestens) eine Nullstelle.

*Bitte wenden!* →

18. **Bonusaufgabe: Zeitfaltung**
Gegeben sei die Funktion

$$g(t) = \int_0^t \mathrm{d}t_1 \, K(t_1) \, f(t - t_1).$$

Vereinfachen Sie diesen Ausdruck auf einen Ausdruck ohne Zeitfaltung unter der folgenden Annahme: $K(t)$ zerfällt auf einer sehr kurzen Zeitskala zu 0, auf der $f(t)$ keine signifikante Zeitabhängigkeit hat.