Technische Universität Braunschweig

INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Prof. Dr. Wolfram Brenig
Niklas Casper
Erik Wagner

Elektrodynamik SS 2018

5. Übungsblatt

Abgabe: **Mi, 09.05.2018 bis 15:00 Uhr**, Kasten neben A316

Übungsblätter gibt es unter `https://www.tu-bs.de/theophys/edu/sose18/edyn`.

21. **Wissensfragen (3 Punkte)**

   (a) Welche physikalische Bedeutung hat der Poynting-Vektor?

   (b) Was versteht man unter einer Eichtransformation?

   (c) Geben Sie den Maxwellschen Spannungstensor T_{ij} an.

22. **Drehimpulsdichte (7 Punkte)**
   Ziel dieser Aufgabe ist es, für eine gegebene Verteilung von Ladungen ρ und Strömen $\vec{j}$ die Drehimpulserhaltung nachzuweisen und einen Ausdruck für die Drehimpulsdichte $\vec{\mathcal{L}}_{\text{feld}}$ des elektromagnetischen Feldes abzuleiten.

   (a) Zeigen Sie, dass sich die zeitliche Ableitung der i-ten Komponente des mechanischen Drehimpulses

   $$\frac{d\vec{\mathcal{L}}_{\text{mech}}}{dt} = \int_V dV \vec{r} \times (\rho\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{j} \times \vec{B})$$

   schreiben lässt als

   $$\frac{d}{dt}(\vec{\mathcal{L}}_{\text{mech}} + \vec{\mathcal{L}}_{\text{feld}})_i = \int_V dV \epsilon_{ijk} x_j \frac{\partial}{\partial x_l} T_{kl} \,. \tag{1}$$

   Geben Sie $\vec{\mathcal{L}}_{\text{feld}}$ an. T_{ij} ist der Maxwellsche Spannungstensor.
   Hinweis: Zeigen Sie, dass gilt

   $$[\vec{E}(\nabla \cdot \vec{E}) - \vec{E} \times (\nabla \times \vec{E})]_\alpha = \sum_\beta \frac{\partial}{\partial x_\beta}(E_\alpha E_\beta - \frac{1}{2}\vec{E} \cdot \vec{E}\delta_{\alpha\beta})$$

   (b) Um den Fluss der Drehmomentdichte zu bestimmen, muss die rechte Seite von Gleichung (1) als Volumen-Integral über eine Divergenz geschrieben werden. Verwenden Sie Ihr Ergebnis, um die Gleichung

   $$\frac{d}{dt}(\vec{\mathcal{L}}_{\text{mech}} + \vec{\mathcal{L}}_{\text{feld}})_i = \oint_{\partial V} d\vec{f} \cdot \vec{M}$$

   abzuleiten. Was erhalten Sie für $\vec{M}$? Interpretieren Sie Ihr Resultat.

Bitte wenden! →

23. **Energie und Impuls elektromagnetischer Wellen (5 Punkte)**

Eine transversale elektromagnetische Welle im Vakuum sei

- linear polarisiert: $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin[k\,(z - ct)]$;
- zirkular polarisiert: $\vec{E} = E_0 \,\{\cos[k\,(z - ct)]\,\vec{e}_x + \sin[k\,(z - ct)]\,\vec{e}_y\}$.

In welche Richtung breitet sich die Welle aus? Berechnen Sie

(a) die magnetische Induktion $\vec{B}(\vec{r}, t)$,

(b) den Poynting-Vektor $\vec{S}(\vec{r}, t)$,

(c) den Druck der Strahlung auf eine um den Winkel ϑ gegen die Ausbreitungsrichtung geneigte und total absorbierende Ebene.