



Übungsblätter gibt es unter <https://www.tu-bs.de/theophys/edu/wise-1617/rm1617>.

10. Integrale (6 Punkte)

Lösen Sie die nachfolgenden Integrale unter Angabe der verwendeten Integrationsregel(n):

(a) $\int \frac{2x}{3+x^2} dx$	(d) $\int_0^1 \sqrt[3]{x^2} dx$
(b) $\int x^2 \cos(2x) dx$	(e) $\int \sin^4(x) \cos(x) dx$
(c) $\int_{-2}^4 x dx$	(f) $\int_{-\infty}^{\infty} x^5 \cos(x) \frac{\exp(x^2) - 1}{\ln(x^2 + 2)} dx$

Bitte geben Sie Ihren Lösungsweg nachvollziehbar an.

11. Orthonormalrelationen (10 Punkte)

Die Integrale von Produkten trigonometrischer Funktionen $\sin(mx)$ und $\cos(nx)$ mit $m, n \in \mathbb{N}$ erfüllen die Eigenschaften:

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad & \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \sin(mx) \sin(nx) dx = \begin{cases} 1, & \text{falls } m = n \\ 0, & \text{falls } m \neq n \end{cases} \\
 \text{(b)} \quad & \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(mx) \cos(nx) dx = \begin{cases} 1, & \text{falls } m = n \\ 0, & \text{falls } m \neq n \end{cases} \\
 \text{(c)} \quad & \frac{2}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin(mx) \cos(nx) dx = 0
 \end{aligned}$$

Beweisen Sie diese Beziehungen.

Hinweis: Sie dürfen die Additionstheoreme für \sin und \cos benutzen, wenn Sie diese vorher zeigen:

$$\begin{aligned}
 \sin(\varphi) \sin(\theta) &= -\frac{1}{2} (\cos(\varphi + \theta) - \cos(\varphi - \theta)) \\
 \cos(\varphi) \cos(\theta) &= \frac{1}{2} (\cos(\varphi + \theta) + \cos(\varphi - \theta)) \\
 \sin(\varphi) \cos(\theta) &= \frac{1}{2} (\sin(\varphi + \theta) + \sin(\varphi - \theta))
 \end{aligned}$$

Das Ergebnis aus 4b) iii. könnte hierfür hilfreich sein.

Bitte wenden! →

12. **Vollständige Induktion und partielle Integration (4 Punkte)**

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n!,$$

wobei $n \in \mathbb{N}$.

Hinweis: Betrachten Sie den Grenzübergang:

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^a x^n e^{-x} dx$$