



3. Übungsblatt

Abgabe: 14./15. November 2012 in der Übung

Übungsblätter gibt es unter <https://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu/wise-1213/rm11213>.

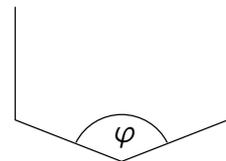
7. Differentiation

Berechnen Sie

- (a)  $\frac{d}{dx} |x|$ ,
- (b)  $\frac{d}{dx} a^{x/3}$ ,
- (c)  $\frac{d}{dx} x^x$ ,
- (d)  $\frac{d}{dx} x^{\cos(-2x^2)}$ ,
- (e)  $\frac{d}{dx} \sin(\cos(x))$ ,
- (f)  $\frac{d^2}{dy^2} \frac{\arcsin(xy^2)}{y}$ ,  $x = \text{const}$ ,
- (g)  $\frac{d}{dx} \arctan(x)$ ,
- (h)  $\frac{d}{dx} \operatorname{arsinh}(x)$  einmal mit der Regel zur Ableitung der Umkehrfunktion und einmal mit Hilfe von Aufgabe 5 (Blatt 2) in Verbindung mit Ableitungsregeln.

8. Extremwertprobleme

- (a) Aus vier Brettern der Breite  $a$  soll eine oben offene symmetrische Rinne hergestellt werden, so dass zwei ihrer Wände parallel sind. Wie ist der Winkel  $\varphi$  der beiden anderen Wände zu wählen, damit das Fassungsvermögen der Rinne möglichst groß wird?



- (b) Gegeben sei das Potential

$$V(r) = \frac{C_n}{r^n} - \frac{C_m}{r^m}$$

mit  $C_n, C_m > 0$ ,  $n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  und  $n > m$ . Berechnen Sie die Gleichgewichtslage  $r_0$ , d.h. die Stelle, an der  $V(r)$  extremal wird.

9. Newton'sches Näherungsverfahren

Das Newton'sche Näherungsverfahren ist ein numerisches Verfahren zur Lösung der Gleichung  $f(x) = 0$ . Dabei arbeitet man sich mit der Gleichung

$$(x_{n+1} - x_n) f'(x_n) = -f(x_n)$$

$$\Leftrightarrow x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

iterativ zur Nullstelle vor.

- (a) Bestimmen Sie zunächst die Nullstellen und Wendepunkte sowie das Verhalten für  $x \rightarrow \pm\infty$  der Funktion

$$f(x) = x(e^{x^2} - 4)$$

analytisch und fertigen Sie dazu eine Skizze der Funktion an.

- (b) Versuchen Sie nun, eine der Nullstellen ( $x \geq 0$ ) mit Hilfe des Newtonverfahrens numerisch zu bestimmen (3–5 Iterationsschritte mit Taschenrechner/Computer/Bleistift). Wählen Sie als Startpunkte  $x_0 = 0.6$ ,  $x_0 = 0.65$  und  $x_0 = 0.7$  und skizzieren Sie die Iterationsschritte für jeden der drei Startpunkte. Was ist also beim Newton-Verfahren in der Praxis zu beachten?