



2. Übungsblatt

Abgabe: Do, 19.04.2018 bis 09:45 Uhr, Kasten neben A316

Übungsblätter gibt es unter <https://www.tu-bs.de/theophys/edu/sose18/edyn>.

9. Wissensfragen (2 Punkte)

- (a) Geben Sie den Laplace-Operator in kartesischen Koordinaten  $x, y, z$  an.
- (b) Welche Einheit hat die elektrische Ladung im elektrostatischen, im Gauß'schen bzw. im internationalen Einheitensystem?

10. Krummlinige, nicht-orthogonale Koordinaten (8 Punkte)

Als Beispiel für krummlinige und nicht-orthogonale Koordinaten  $u^1, u^2, u^3$  betrachten wir ( $x^1, x^2, x^3$  sind kartesische Koordinaten):

$$x^1 = -a u^1 \sin(u^2); \quad x^2 = b u^1 \cos(u^2); \quad x^3 = c u^3; \quad a, b, c, \neq 0.$$

- (a) Bestimmen Sie die normierte Basis  $\vec{e}_i$  der Tangentialvektoren  $\vec{e}_i = \vec{t}_i / |\vec{t}_i|$ , wobei  $\vec{t}_i = \partial \vec{x} / \partial u^i$ . Dies ist die sogenannte *kovariante* Basis.
- (b) Für zwei Vektoren  $\vec{a} = a^i \vec{e}_i$  und  $\vec{b} = b^j \vec{e}_j$  (Einstein'sche Summenkonvention!) sind  $a^i$  und  $b^j$  die sogenannten *kontravarianten* Komponenten. Für das gewöhnliche Skalarprodukt gilt  $\vec{a} \cdot \vec{b} = g_{ij} a^i b^j$ , wobei  $g_{ij}$  die (*kovariante*) *euklidische* Metrik ist. Bestimmen Sie im vorliegenden Fall  $g_{ij}$ .
- (c) Zu jeder kovarianten Basis gibt es eine *kontravariante* Basis  $\vec{e}^j$ , mit  $\vec{e}^i \cdot \vec{e}_j = \delta_j^i$ . Dabei ist  $\delta_j^i$  das Kroneckersymbol. Bestimmen Sie  $\vec{e}^i$  im vorliegenden Fall.  
*Hinweis:* Betrachten Sie  $\vec{e}_i \times \vec{e}_j / (\vec{e}_1 \cdot (\vec{e}_2 \times \vec{e}_3))$  für  $(i, j) = (1, 2), (1, 3), (2, 3)$ .
- (d) Der Vektor  $\vec{b} = b^j \vec{e}_j$  lässt sich auch in *kovarianten* Komponenten  $\vec{b} = b_j \vec{e}^j$  schreiben. Drücken Sie damit das gewöhnliche Skalarprodukt  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  allgemein mittels der kontravarianten (kovarianten) Komponenten von  $\vec{a}$  ( $\vec{b}$ ) aus. Wie erhält man  $b_j$  aus  $g_{ij}$  und  $b^j$ ?
- (e) Skizzieren Sie die Koordinatenlinien in der  $x^1$ - $x^2$ -Ebene für  $a = 1$ ,  $b = 2$  und zeichnen Sie die kontra- und kovarianten Basisvektoren in den Punkten  $(u^1, u^2) = (1, \pi/4)$  und  $(u^1, u^2) = (1, \pi/2)$  ein. Welche Gleichungen beschreiben die Linien  $u^1 = \text{const}$  bzw.  $u^2 = \text{const}$  in kartesischen Koordinaten?
- (f) Bestimmen Sie den Laplace-Operator in den Koordinaten  $u^1, u^2, u^3$ .

Bitte wenden! →

11. **Teilchenzerfall (5 Punkte)**

Ein  $\Sigma^0$ -Teilchen bewegt sich auf einen Detektor zu und zwar mit der Geschwindigkeit  $c/3$  aus der Sicht des Ruhesystems des Detektors. Das Teilchen zerfällt in ein  $\Lambda$ -Teilchen und ein Photon, bevor es den Detektor erreicht. Das Photon bewege sich nach dem Zerfall auf den Detektor zu.

- (a) Informieren Sie sich anhand geeigneter Literatur, was ein  $\Sigma^0$ - bzw. ein  $\Lambda$ -Teilchen ist und geben Sie Größen wie Masse und Lebensdauer an.
- (b) Welche Energie hat das  $\Sigma^0$ -Teilchen im Ruhesystem des Detektors?
- (c) Welche Energie hat das Photon im Ruhesystem des  $\Sigma^0$ -Teilchens?
- (d) Welche Energie (des Photons) wird im Detektor gemessen?

Geben Sie Ihre Ergebnisse in Abhängigkeit der Ruhemassen der Teilchen an. Sie können  $c = 1$  setzen.

12. **Kraft zwischen einer Punkt- und einer Linienladung (5 Punkte)**

Eine gleichförmige Linienladung von  $\lambda$  (in esu/cm) befinde sich im Abstand  $r$  von einer Punktladung  $Q$  mit entgegengesetztem Vorzeichen.

- (a) Berechnen Sie die Anziehungskraft zwischen der Linien- und der Punktladung.
- (b) Zeigen Sie, dass sich dieselbe Kraft ergibt, wenn die Linienladung durch eine im Fußpunkt des von  $Q$  gefällten Lots befindliche Einzelladung von der Größe  $Q' = 2\lambda r$  ersetzt wird.