INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. Björn Willenberg
M.Sc. Boris Celan

Rechenmethoden II SoSe 2013

2. Übungsblatt Abgabe: Di, 23.04.2013 bis 11.30 Uhr, Kasten neben A316

Übungsblätter gibt es unter `https://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu/sose13/rm213`.

6. **Divergenz und Rotation**
Stellen Sie die folgenden Vektorfelder grafisch dar und berechnen Sie jeweils Divergenz und Rotation:

   (a) $\vec{F}(x, y, z) = (\cos x \sin y, -\sin x \cos y, 0)$

   (b) $\vec{F}(x, y, z) = (xy^2, x^2y, 0)$

7. **Identitäten**
Sei $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ eine skalares Feld und seien $\vec{A}, \vec{B} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ Vektorfelder. Zeigen Sie die folgenden Identitäten:

   (a) $\operatorname{rot} \operatorname{grad} \phi = \vec{0}$

   (b) $\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{A} = 0$

   (c) $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} - \Delta \vec{A}$, mit $\Delta = \sum_i \partial_i \partial_i = (\nabla \cdot \nabla)$ *Laplace-Operator*

   (d) $\operatorname{div} (\phi \vec{A}) = \vec{A} \cdot \operatorname{grad} \phi + \phi \operatorname{div} \vec{A}$

   (e) $\operatorname{rot} (\phi \vec{A}) = \phi \operatorname{rot} \vec{A} + (\operatorname{grad} \phi) \times \vec{A}$

   (f) $\operatorname{div} (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot \operatorname{rot} \vec{A} - \vec{A} \cdot \operatorname{rot} \vec{B}$

Hinweis: Durch Benutzen von Komponentenschreibweise und Summenkonvention können Sie sich viel Schreibarbeit sparen.

8. **Potentiale**
Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 2xye^{-z^2} + (2-\lambda)z^3 \cos y^2 \\ x^2 e^{-z^2} - (3-\lambda)xyz^3 \sin y^2 \\ (\lambda - 3)x^2 yze^{-z^2} + 3xz^2 \cos y^2 \end{pmatrix}.$$

   (a) Bestimmen Sie λ so, dass die Beziehung $\operatorname{rot} \vec{A} = 0$ erfüllt ist.

   (b) Bestimmen Sie für den in Teilaufgabe (a) ermittelten Wert von λ ein Potential des Vektorfeldes $\vec{A}$, d.h. eine Funktion $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit $\vec{A} = \operatorname{grad} \phi$.