Technische Universität Braunschweig

INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Prof. Dr. Wolfram Brenig
Niklas Casper
Erik Wagner

Elektrodynamik SS 2018

0. Übungsblatt

Präsenzübung, keine Abgabe

Übungsblätter gibt es unter `https://www.tu-bs.de/theophys/edu/sose18/edyn`.

1. **Wissensfragen**
   (a) Geben Sie Stokes'schen Satz an.
   (b) Geben Sie Gauß'schen Satz an.
   (c) Geben Sie die Lorentz-Transformation in Matrixform für eine/drei Raumdimension an.

2. **Integralsätze**
   (a) Verifizieren Sie den Stokes'schen Satz für das Vektorfeld

$$\vec{A} = \left(\frac{4}{3}x_1 - 2x_2\right)\vec{e}_1 + (3x_2 - x_1)\,\vec{e}_2$$

   und die Fläche $F = \{\vec{r}\,|\,(x_1/3)^2 + (x_2/2)^2 \leq 1; x_3 = 0\}$, $\vec{r} = (x_1, x_2, x_3)$. Welche geometrische Form wird durch diese Fläche beschrieben?
   (b) Verifizieren Sie den Gauß'schen Satz für das Vektorfeld

$$\vec{A} = ax_1\vec{e}_1 + bx_2\vec{e}_2 + cx_3\vec{e}_3$$

   und die Kugel $K = \{\vec{r}\,|\,x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq R^2\}$.

3. **Differentialoperatoren**
   Sei Ψ ein skalares Feld; $\vec{A}$ und $\vec{B}$ seien Vektorfelder. Zeigen Sie:
   (a) $\operatorname{div}(\Psi\vec{A}) = \Psi \operatorname{div}\vec{A} + \vec{A}\cdot\nabla\Psi$.
   (b) $\operatorname{div}(\vec{A}\times\vec{B}) = \vec{B}\cdot\operatorname{rot}\vec{A} - \vec{A}\cdot\operatorname{rot}\vec{B}$.
   (c) $\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{A} = \operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{A} - \Delta\vec{A}$

   Verwenden Sie dabei die Komponentenschreibweise und Einstein'sche Summenkonvention.

4. **Invarianz der Minkowski-Metrik**
   In einer Raumdimension hat die Minkoswki-Metrik die Form

$$(g_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

   Zeigen Sie durch nachrechnen, dass die Minkowski-Metrik invariant unter Lorentz-Transformationen ist:

$$g_{\alpha\beta} = g_{\mu\nu}\,L^{\mu}{}_{\alpha}\,L^{\nu}{}_{\beta}.$$