INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. Björn Willenberg
M.Sc. Boris Celan

Rechenmethoden II — SoSe 2013

0. Übungsblatt — Abgabe: Präsenzübung

Übungsblätter gibt es unter `https://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu/sose13/rm213`.

1. **Rechenübung**
   Berechnen Sie:
   (a) $\vec{a} = (2, 1, 0)$; $|\vec{a}| =$
   (b) $\vec{b} = (1, 1, 0)$; $\vec{a} \cdot \vec{b} =$
   (c) $\vec{a} \times \vec{b} =$
   (d) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} x^x =$
   (e) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{\sin(x)} =$
   (f) $\int_1^x \frac{\mathrm{d}y}{y} =$
   (g) Entwickeln Sie $\ln(x)$ um 1 bis zur zweiten Ordnung.
   (h) Berechnen Sie Eigenvektoren und Eigenwerte der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.
   (i) $A^{-1} =$
   (j) $\det A =$
   (k) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} x(t) = -a\, x(t), \quad x(0) = x_0, \quad x(t) =$

2. **Volumenintegrale**
   In dieser Aufgabe wollen wir die Masse und das Trägheitsmoment eines Zylinders mit dem Radius R und der Höhe L berechnen. Der Mittelpunkt des Zylinders befindet sich im Ursprung. Gegeben sei die Massendichte des Zylinders $\rho(\vec{r}) = \rho_0$.
   (a) Berechnen sie zunächst das Volumenelement $\mathrm{d}V$ in Zylinderkoordinaten:
   $$\mathrm{d}V = J\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}z, \qquad J = \left|\det \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \phi, z)}\right|.$$
   J nennt man *Funktionaldeterminante* oder *Jacobi-Determinante*.
   (b) Berechnen Sie die Masse des Zylinders
   $$M = \int_{\mathrm{Vol.}} \mathrm{d}M, \qquad \mathrm{d}M = \rho(\vec{r})\,\mathrm{d}V.$$
   (c) Berechnen Sie das Trägheitsmoment I des Zylinders bezüglich der z-Achse. In Kartesischen Koordinaten ist
   $$I = \int_{\mathrm{Vol.}} (x^2 + y^2)\,\mathrm{d}M.$$
   (d) Wiederholen sie Aufgabenteil b) und c) mit $\rho(\vec{r}) = \rho_0\, e^{r/R} \cos(z\frac{\pi}{L})\,[1 - \sin(2\phi)]$.