



Stichworte: Carnot-Prozess, Thermodynamische Potentiale

21. Thermische und kalorische Zustandsgleichungen

(5 Punkte)

Gegeben sei die Freie Energie eines Gases:

$$F(T, N, V) = -\frac{c_3 N^2}{T(V + c_1 N)} - NkT \ln \left(\frac{V - c_2 N}{N} \right) + c_4 NT - c_4 NT \ln T - c_5 NT \quad ,$$

wobei $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 \in \mathbb{R}$ Konstanten sind.

- (a) Berechnen Sie die thermische Zustandsgleichung, die kalorische Zustandsgleichung und das chemische Potential μ .
- (b) Verifizieren Sie für das Gas die *Gibbs-Duhem-Gleichung* $G = \mu N$.

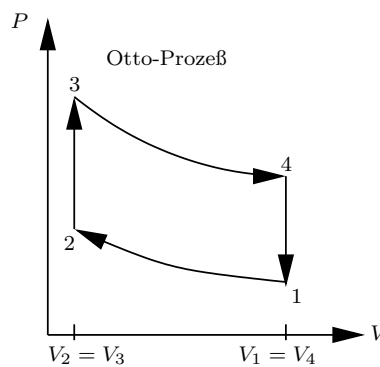
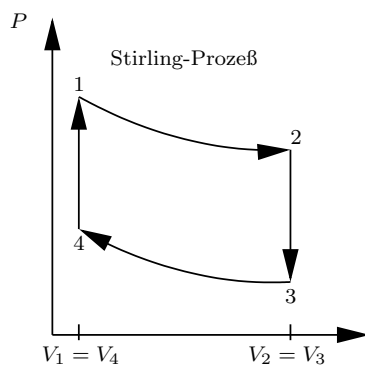
22. Kreisprozesse I

(6 Punkte)

Als Arbeitsmedium für die folgenden Kreisprozesse soll ein ideales Gas angenommen werden. Für dieses gilt

$$U = \frac{f}{2} Nk_B T \quad ; \quad pV = Nk_B T \quad ; \quad pV^\kappa = \text{const} \quad .$$

Berechnen Sie jeweils für jeden einzelnen Schritt die übertragene Wärme und die geleistete Arbeit. Nutzen Sie diese Informationen zur Bestimmung des Wirkungsgrades.



- (a) *Stirling-Prozess.* $1 \rightarrow 2$ und $3 \rightarrow 4$ sind Isothermen
- (b) *Otto-Prozess.* $1 \rightarrow 2$ und $3 \rightarrow 4$ sind Adiabaten

23. Infinitesimaler Carnot-Prozess

(9 Punkte)

Unter den *äußeren Parametern* oder *Kontrollparametern* eines thermodynamischen Systems versteht man jene Größen, die der Experimentator nach seinem freien Willen von außen am System einstellen kann. Die übrigen Parameter stellen sich dann spontan durch Streben ins Gleichgewicht ein. So ist z.B. für ein Gas V der einzige Kontrollparameter. Ein *Wärmespeicher* ist ein System ohne Kontrollparameter, realisierbar z.B. indem man die Kontrollparameter eines anderen Systems fixiert. Ein solches System ist vollständig durch seine innere Energie als Funktion der Temperatur bestimmt.

- (a) Bestimmen Sie die Entropie eines Wärmespeichers als Funktion von $U(T)$ und T .
- (b) Betrachten Sie zwei Wärmespeicher mit $U^{(i)} = C_i T$ ($i = 1, 2$) bei verschiedener Ausgangstemperatur. Die C_i stellen dabei die Wärmekapazitäten der Wärmespeicher dar. Sie sollen diesem System mechanische Arbeit entziehen, und zwar indem Sie die beiden Systeme über ein Hilfssystem verbinden, an dem ein Carnot-Prozess mit sehr kleinen Wärmemengen pro Zyklus abläuft. Für einen Zyklus spielen die Wärmespeicher also die Rolle der Wärmebäder. Stellen Sie die Bilanzen für Wärme, Arbeit und Entropien pro Zyklus auf.
- (c) Durch die Wärmeabgabe verändern sich die Temperaturen der Wärmespeicher. Berechnen Sie die Endtemperatur des Systems und die insgesamt beim Angleichungsprozess gewonnene Arbeit.
- (d) Wenden Sie das Ergebnis auf die folgende Situation an: An einem warmen Frühlungstag ($T_0 = 20^\circ\text{C}$) haben Sie einen Liter kühleres Wasser der Temperatur $T_W = 15^\circ\text{C}$ als Treibstoff für eine Wärmekraftmaschine Ihrer Wahl zur Verfügung. Um wieviel können Sie das Wasser im Schwerfeld der Erde damit anheben?

Bemerkung: Der in dieser Aufgabe behandelte Prozess wurde tatsächlich in der von Thomas Newcomen 1712 entwickelten *atmosphärischen Dampfmaschine* ausgenutzt. Der Wirkungsgrad lag allerdings nur bei etwa 0.5%.