INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. S. Simon

13. Übungsblatt — Abgabe: Donnerstag, 16.12.04 (bis 11.25 Uhr)

Fragen zu den Übungsaufgaben: S. Simon, Raum A225, Tel. 391-5183, sven.simon@tu-bs.de

41. **Adiabatengleichung eines idealen Gases** **(Große Übung; keine Abgabe!)**
Zeigen Sie, daß die Adiabaten eines idealen Gases durch

$$PV^{\kappa} = \text{const} \quad \text{bzw.} \quad TV^{\kappa-1} = \text{const}$$

beschrieben werden. Bestimmen Sie den Adiabatenexponenten κ.

42. **Kreisprozesse I** **(Große Übung; keine Abgabe!)**
Als Arbeitsmedium für die folgenden Kreisprozesse soll ein ideales Gas angenommen werden. Berechnen Sie jeweils für jeden einzelnen Schritt die übertragene Wärme und die geleistete Arbeit. Nutzen Sie diese Informationen zur Bestimmung des Wirkungsgrades.

   (a) *Diesel-Prozeß*. $1 \to 2$ und $3 \to 4$ sind Adiabaten.
   (b) *Otto-Prozeß*. $1 \to 2$ und $3 \to 4$ sind Adiabaten

43. **Kreisprozesse II** **(6 Punkte)**
Als Arbeitsmedium für die folgenden Kreisprozesse soll ein ideales Gas angenommen werden. Berechnen Sie jeweils für jeden einzelnen Schritt die übertragene Wärme und die geleistete Arbeit. Nutzen Sie diese Informationen zur Bestimmung des Wirkungsgrades.

   (a) *Stirling-Prozeß*. $1 \to 2$ und $3 \to 4$ sind Isothermen.
   (b) *Joule-Prozeß*. $2 \to 3$ und $4 \to 1$ sind Adiabaten.
   (c) *Atkinson-Prozeß*. $2 \to 3$ und $4 \to 1$ sind Adiabaten.
   (d) *Lenoir-Prozeß*. $1 \to 2$ ist eine Adiabate.

44. **Infinitesimaler Carnot-Prozeß** **(10 Punkte)**
Unter den *äußeren Parametern* oder *Kontrollparametern* eines thermodynamischen Systems versteht man jene Größen, die der Experimentator nach seinem freien Willen von außen am System einstellen kann. Die übrigen Parameter stellen sich dann spontan durch Streben ins Gleichgewicht ein. So ist z.B. für ein Gas V der einzige Kontrollparameter. Ein *Wärmespeicher* ist ein System ohne Kontrollparameter, realisierbar z.B. indem man die Kontrollparameter eines anderen Systems fixiert. Ein solches System ist vollständig durch seine innere Energie als Funktion der Temperatur bestimmt.

   (a) Bestimmen Sie die Entropie eines Wärmespeichers.
   (b) Betrachten Sie zwei Wärmespeicher mit $U^{(i)} = C_i T$ $(i = 1, 2)$ bei verschiedener Ausgangstemperatur. Sie sollen diesem System mechanische Arbeit entziehen, und zwar indem Sie die beiden Systeme über ein Hilfssystem verbinden, an dem ein Carnot-Prozeß mit sehr kleinen Wärmemengen pro Zyklus abläuft. Für einen Zyklus spielen die Wärmespeicher also die Rolle der Wärmebäder. Stellen Sie die Bilanzen für Wärme, Arbeit und Entropien pro Zyklus auf.
   (c) Durch die Wärmeabgabe verändern sich die Temperaturen der Wärmespeicher. Berechnen Sie die insgesamt beim Angleichungsprozeß gewonnene Arbeit und die Endtemperatur des Systems.
   (d) Wenden Sie das Ergebnis auf die folgende Situation an: An einem warmen Frühlingstag ($T_0 = 20°C$) haben Sie einen Liter kühleres Wasser der Temperatur $T_W = 15°C$ als Treibstoff für eine Wärmekraftmaschine Ihrer Wahl zur Verfügung. Um wieviel können Sie das Wasser im Schwerefeld der Erde damit anheben?

Rückseite beachten! ⟶

45. **Carnot-Prozeß mit klassischer Strahlung** **(5 Punkte)**
Betrachten Sie einen Carnotschen Kreisprozeß (Wärmekraftmaschine) mit klassischer (Rayleighscher) Strahlung als Arbeitsmedium. Dabei gelten folgende Zustandsgleichungen:

$$U = \alpha T V \quad \text{mit} \quad \alpha = \text{const} \qquad ; \qquad p = \frac{U}{3V} \quad .$$

Gehen Sie wie folgt vor:

(a) Zeigen Sie, daß die Adiabaten durch $p \propto V^{-\frac{4}{3}}$ beschrieben werden. Skizzieren Sie den Prozeß im $p(V)$-Diagramm.

(b) Bestimmen Sie den Wirkungsgrad des Kreisprozesses *in Abhängigkeit von den Temperaturen der Wärmebäder*. Sie werden feststellen, daß das Ergebnis *nicht* mit der aus der Vorlesung bekannten Formel für den Wirkungsgrad eines Carnot-Prozesses übereinstimmt.

(c) Versuchen Sie, den Widerspruch aus Teilaufgabe (b) aufzuklären.

46. **Bestimmung des Adiabatenexponenten nach Rüchhardt** **(3 Punkte)**
Betrachten Sie ein ideales Gas, das sich innerhalb eines vertikalen zylindrischen Gefäßes der Querschnittsfläche A befindet. Das Gefäß sei auf der oberen Seite mit einem in vertikaler Richtung frei beweglichen Kolben gleichen Querschnitts verschlossen. Indem Sie den Kolben ein wenig aus der Ruhelage auslenken, erhalten Sie adiabatische Schwingungen um die Gleichgewichtslage. Wie lautet die Kreisfrequenz ω dieser Schwingungen in Abhängigkeit von κ (Adiabatenkoeffizient), g (Fallbeschleunigung), p_0 (äußerer Luftdruck), A (Fläche des Kolbens), M (Masse des Kolbens) und V_R (Gasvolumen in der Ruhelage)? Vernachlässigen Sie die Trägheit des Gases.

47. **Thermische und kalorische Zustandsgleichungen** **(6 Punkte)**
Für verschiedene Gase sollen die Zustandsgleichungen formuliert werden.

(a) Ein Mol eines Gases habe die kalorische Zustandsgleichung

$$U = C_V T - \frac{a}{V}$$

und die thermische Zustandsgleichung

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \quad ,$$

wobei $a, b \geq 0$ und $a, b, C_V = \text{const}$ gelten möge. Mit R wird die universelle Gaskonstante bezeichnet. Bestimmen Sie die adiabatische Zustandsgleichung in den Variablen T, V bzw. p, V, und vergleichen Sie die Lösung mit der für das ideale Gas.

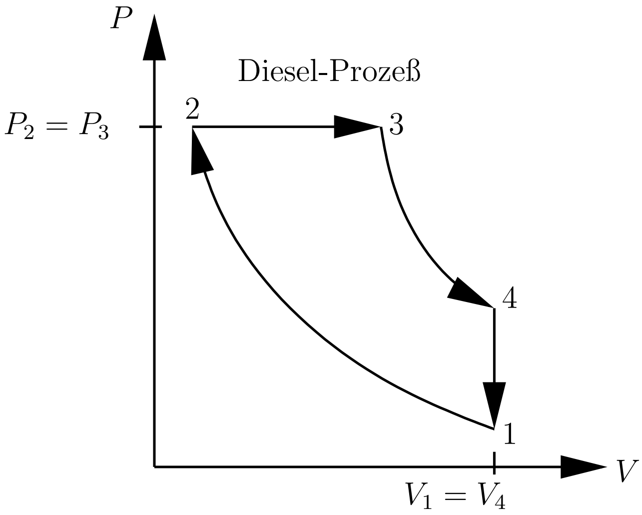
(b) Gegeben sei die freie Energie eines Gases:

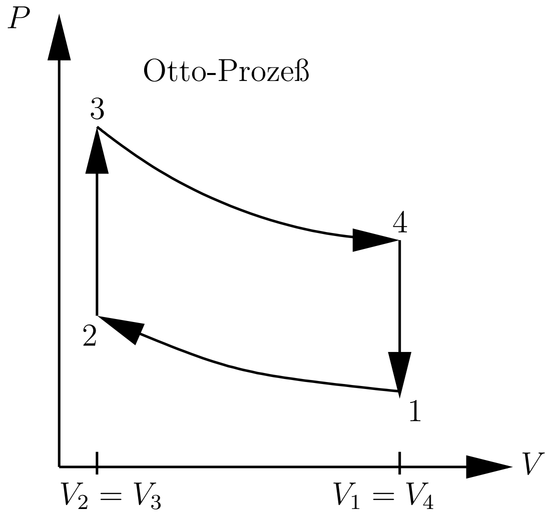
$$F(T, N, V) = -\frac{c_3 N^2}{T\,(V + c_1 N)} - NkT \,\ln\left(\frac{V - c_2 N}{N}\right) + c_4 NT - c_4 NT \ln T - c_5 NT \quad ,$$

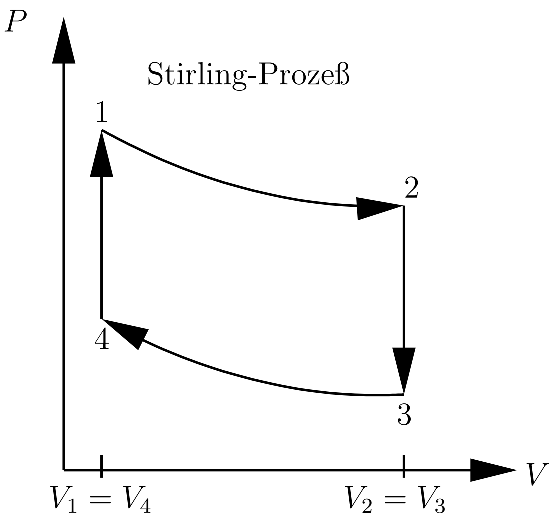
wobei $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 \in \mathbb{R}$ Konstanten sind.

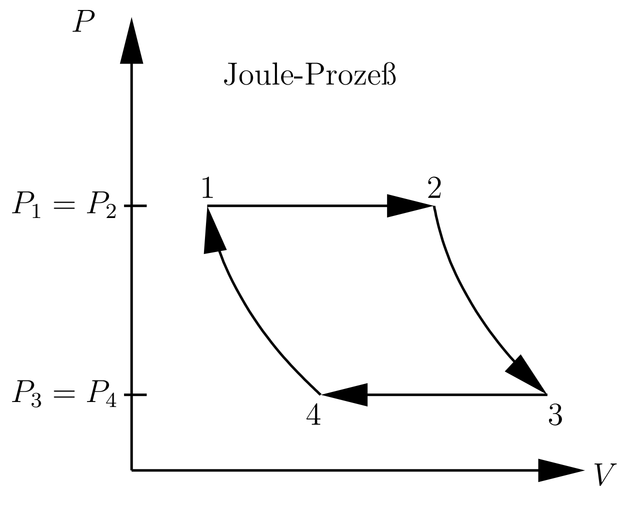
i. Berechnen Sie die thermische Zustandsgleichung $f(P, V, T, N) = 0$, die kalorische Zustandsgleichung $g(U, V, T, N) = 0$ und das chemische Potential μ.

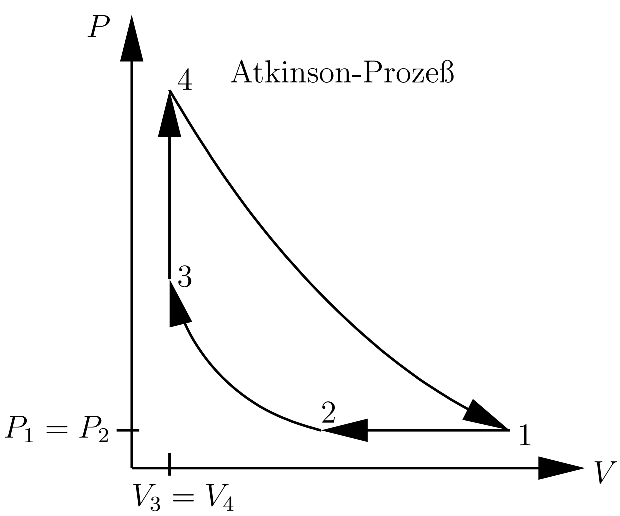
ii. Verifizieren Sie für das Gas die *Gibbs-Duhem-Gleichung* $G = \mu N$ und die *Gibbs-Duhem-Beziehung* $S\,\mathrm{d}T - V\,\mathrm{d}p + N\,\mathrm{d}\mu = 0$.

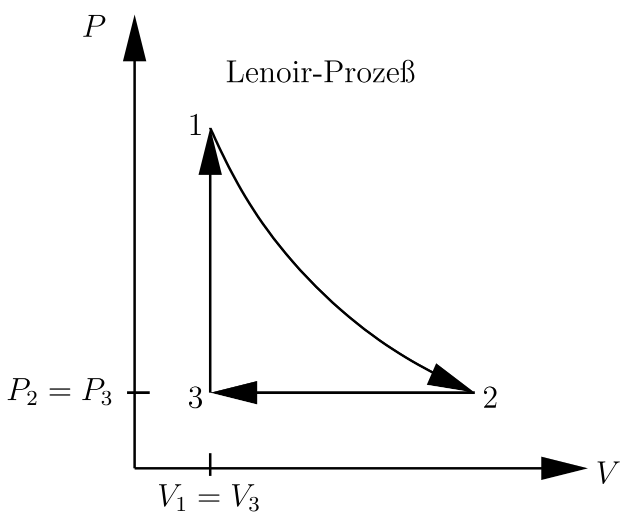

P
Diesel-Prozeß
$P_2 = P_3$
2
3
4
1
V
$V_1 = V_4$


P
Otto-Prozeß
3
4
2
1
V
$V_2 = V_3$
$V_1 = V_4$


P
Stirling-Prozeß
1
2
4
3
V
$V_1 = V_4$
$V_2 = V_3$


P
Joule-Prozeß
$P_1 = P_2$
1
2
$P_3 = P_4$
4
3
V


P
Atkinson-Prozeß
4
3
2
1
$P_1 = P_2$
V
$V_3 = V_4$


P
Lenoir-Prozeß
1
$P_2 = P_3$
3
2
V
$V_1 = V_3$