INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

THERMODYNAMIK UND STATISTIK — WS 1999/2000

10. Übungsblatt — Abgabe: Donnerstag, 13.1.2000, bis 11^{25} Uhr

Sprechstunde: T. Bagdonat, A317, Dienstag ab 14^{00} Uhr, Tel.: 391-5187
Ein Link zu dieser Vorlesung: `http://www.tu-bs.de/institute/theophys/edu.html`

26. **Schwankungen im idealen klassischen Gas und beim idealen Bosegas.** Die mittlere Teilchenzahl eines klassischen idealen Gases in diffusivem Kontakt mit einem Reservoir unterliegt nur sehr kleinen Schwankungen, wohingegen diese Schwankungen für ein einzelnes Energieniveau im ideales Bosegas sehr groß werden können. Dieser Unterschied soll näher untersucht werden. Als Maß für die Schwankung der mittleren Teilchenzahl soll

$$\sigma_N = \frac{\langle(\Delta N)^2\rangle}{\langle N\rangle^2} = \frac{\langle(N-\langle N\rangle)^2\rangle}{\langle N\rangle^2}$$

verwendet werden.

(a) Aus der Vorlesung kann man die Beziehung

$$\langle N\rangle = \frac{\tau}{\mathcal{Z}_G}\left(\frac{\partial \mathcal{Z}_G}{\partial \mu}\right)_{\tau,V}$$

entnehmen. Leiten Sie einen ähnlichen Ausdruck für $\langle N^2\rangle$ ab.

(b) Zeigen Sie nun, daß für das klassische ideale Gas ($\langle N\rangle$ sei hier die mittlere Gesamtteilchenzahl des Gases)

$$\sigma_{N,\mathrm{kl.}} = \frac{1}{\langle N\rangle}$$

und für das ideale Bosegas ($\langle N\rangle$ sei dabei die mittlere Besetzungszahl für ein einzelnes Energieniveau)

$$\sigma_{N,\mathrm{Bose}} = \frac{1+\langle N\rangle}{\langle N\rangle}$$

gilt. Für $\langle N\rangle \gg 1$ ist demnach $\sigma_{N,\mathrm{Bose}} \approx 1$ und es treten somit sehr große statistische Schwankungen in der Besetzungszahl eines einzelnen Niveaus im Bosegas auf. Im Mittel über alle Niveaus ist die Schwankung der Gesamtteilchenzahl jedoch wie beim klassichen idealen Gas sehr gering, da sich die Einzelschwankungen wegmitteln.

27. **Strahlungsdruckgleichgewicht in der Sonne.**

(a) Zeigen Sie, daß für ein Photonengas

$$pV = \frac{1}{3}U$$

gilt. Wie erklärt sich die Diskrepanz zu dem Ergebnis aus Aufgabe 16?

(b) Vergleichen Sie den Strahlungsdruck der Wärmestrahlung mit dem kinetischen Druck eines Gases aus Wasserstoffatomen bei einer Konzentration von 1 mol cm^{-3}, wie er für die Sonne typisch ist. Für ungefähr welche Temperatur sind die beiden Drücke gleich? Man nimmt an, daß die mittlere Temperatur der Sonne bei $2 \cdot 10^7$K liegt. Die Konzentration ist sehr ungleichmäßig und steigt auf nahe 100 mol cm^{-3} im Zentrum an, wo der kinetische Druck beträchtlich höher als der Strahlungsdruck ist.

28. **Wärmekapazität des intergalaktischen Raumes.** Im intergalaktischen Raum befindet sich vermutlich ein ideales Gas aus Wasserstoffatomen mit einer Konzentration von einem Atom pro Kubikmeter. Außerdem wird der Raum noch von einer Wärmestrahlung bei 2,9K eingenommen. Zeigen Sie, daß das Verhältnis der Wärmekapazität der Materie zu der der Strahlung in etwa 10^{-9} beträgt.