INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

THERMODYNAMIK UND STATISTIK — WS 1999/2000

9. Übungsblatt — Abgabe: Donnerstag, 6.1.2000, bis 11^{25} Uhr

Sprechstunde: T. Bagdonat, A317, Dienstag ab 14^{00} Uhr, Tel:: 391-5187
Ein Link zu dieser Vorlesung: `http://www.tu-bs.de/institute/theophys/edu.html`

23. **Chemisches Potential des idealen Fermi-Gases.** In Anwendungen wird in der Fermi-Verteilung fast immer $\mu(\tau) \approx \mu(\tau = 0) = \epsilon_F$ gesetzt. Es soll die Genauigkeit dieser Annahme geprüft werden. Dazu soll $\mu(\tau, N, V)$ für das ideale Fermi-Gas im Fall starker Entartung bestimmt werden.

    (a) μ läßt sich aus der Beziehung

    $$N = \int_0^\infty \mathcal{D}(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon$$

    ableiten, jedoch kann obiges Integral nur approximiert werden. Dazu verwende man die Reihenentwicklung

    $$\int_0^\infty x^2 \frac{1}{\sigma^{-1} e^{x^2} + 1} = \frac{1}{3} (\ln \sigma)^{3/2} \left(1 + \frac{\pi^2}{8 (\ln \sigma)^2} + \dots \right) \quad ,$$

    die im Fall $\sigma \gg 1$ gilt ($\sigma = e^{\mu/\tau} \gg 1$ ist der Fall starker Entartung). Zeigen Sie mit dieser Entwicklung, daß

    $$\ln \sigma = \frac{\epsilon_F}{\tau} \left(1 - \frac{\pi^2}{12 (\ln \sigma)^2} + \dots \right)$$

    gilt.

    (b) Da obige Gleichung mehr als nur den quadratischen Term in $\ln \sigma$ enthält, ist sie zunächst nicht auflösbar. Um dies zu umgehen, wird auf der rechten Seite die nullte Näherung für $\ln \sigma$ verwendet. Berechnen Sie so $\mu(\tau, N, V)$ und skizzieren Sie den Verlauf über τ. Bei welcher Temperatur weicht μ von ϵ_F bei Kupfer um mehr als 5% ab?

24. **Energie des relativistischen Fermigases.** In einigen weißen Zwergen haben die meisten Elektronen relativistische kinetische Energien $\epsilon = pc$, wobei p der Impuls des Elektrons sei, die Impulsquantelung im Volumen V ist die gleiche wie im nichtrelativistischen Grenzfall.

    (a) Zeigen Sie, daß die Fermienergie im relativistischen Grenzfall durch

    $$\epsilon_F = \hbar \pi c \left(\frac{3n}{\pi} \right)^{1/3}$$

    gegeben ist ($n = N/V$).

(b) Zeigen Sie, daß die Gesamtenergie im Grundzustand

$$U_0 = \tfrac{3}{4} N \epsilon_F$$

ist.

25. **Glühemission.** Die Austrittsarbeit für Elektronen in einem Metall sei Φ. Das Metall wird auf einige hundert Kelvin aufgeheizt. Es soll der Anteil der Elektronen, die aus dem Metall austreten können (im Fall $\Phi \gg kT$) näherungsweise berechnet werden, wobei im wesentlichen die funktionale Abhängigkeit von Φ interessiert.