INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

THERMODYNAMIK UND STATISTIK | WS 1999/2000

4. Übungsblatt | Abgabe: Donnerstag, 18.11.99, bis 11.25 Uhr

Sprechstunde: T. Bagdonat, A317, Dienstag ab 14^{00} Uhr, Tel:: 391-5187

8. **Zustandssumme für N unterscheidbare Teilchen.**

   (a) Zeigen Sie am Beispiel des Zwei-Niveausystems, daß die kanonische Zustandssumme für N *unterscheidbare* nicht wechselwirkende Teilchen $\mathcal{Z}_N$ und die Einteilchenzustandssumme $\mathcal{Z}_1$ über

   $$\mathcal{Z}_N = \mathcal{Z}_1^N$$

   zusammenhängen.

   (b) Leiten Sie damit nochmals die Magnetisierung (s. Aufg. 6) für eine Spinkette aus N Spins ab (die sind nämlich als unterscheidbar angesehen worden). Das geht jetzt sehr viel einfacher.

9. **„Einfrieren“ von Freiheitsgeraden.** Man sagt manchmal, daß für tiefe Temperaturen die Schwingungs- oder Rotationsfreiheitsgerade eines Moleküls „eingefroren“ werden, und meint damit, daß diese bei genügend tiefen Temperaturen nicht mehr zur Wärmekapazität C_V beitragen. Das soll an einem einfachen Beispiel nachempfunden werden.

   (a) Wir betrachten **einen** quantenmechanischen Oszillator mit den Energieniveaus $E_n = (n + 1/2)\,\hbar\omega$ (diesmal mit Nullpunktsenergie). Bestimmen Sie die Kanonische Zustandssumme dieses „Systems“.

   (b) Berechnen Sie mit dem Ergebnis aus (a) die Wärmekapazität C_V und skizzieren Sie den Verlauf in Abhängigkeit von T. Diskutieren Sie die Fälle $T \to 0$ und $T \to \infty$.

10. **Innere Energie für ein Gas aus unterscheidbaren Teilchen**. Als einfache Anwendung des Zustandsintegrals aus der Vorlesung soll nochmals (vgl. Aufg. 5) die innere Energie eines Gases aus N unterscheidbaren Teilchen abgeleitet werden. Später werden wir sehen, wo die Grenzen der Annahme der Unterscheidbarkeit von Teilchen liegen.

    (a) Zeigen Sie zunächst, daß für ein (freies) Teilchen im Volumen V (das man sich periodisch ins Unendliche fortgesetzt denken kann), das Kanonische Zustandsintegral

    $$\mathcal{Z}_1 = \frac{V}{\lambda^3}$$

    liefert, wobei λ auch manchmal „thermische Wellenlänge“ genannt wird. Bestimmen Sie inbesondere λ.

    (b) Berechnen Sie nun für N unterscheidbare Teilchen im Volumen V die innere Energie $U(T)$. Vergleichen Sie die thermische Wellenlänge mit der deBroglie-Wellenlänge von Teilchen, die die Energie U/N besitzen.