INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

THERMODYNAMIK UND STATISTIK — WS 1999/2000

3. Übungsblatt — Abgabe: Donnerstag, 11.11.99, um 11.11 Uhr

Sprechstunde: T. Bagdonat, A317, Dienstag ab 14^{00} Uhr, Tel:: 391-5187

6. **Paramagnetismus und magnetische Kühlung**. Betrachten Sie die Spinkette aus N Spins mit magnetischem Moment μ bei der Temperatur T.

   (a) Zeigen Sie, daß nach Anlegen eines äußeren Magentfelds B die Spinkette ein magnetisches Gesamtmoment

   $$M = N\mu \tanh\left(\frac{\mu B}{kT}\right)$$

   besitzt und die Entropie dann durch

   $$S = Nk\left\{\ln\left[2\cosh\left(\frac{\mu B}{kT}\right)\right] - \frac{\mu B}{kT}\tanh\left(\frac{\mu B}{kT}\right)\right\}$$

   gegeben ist. Diskutieren Sie für die Entropie den Grenzfall $B = 0$ und skizzieren Sie den Verlauf von $M(T)$.

   (b) Wenn man bei eingeschaltetem Magnetfeld B_a wartet, bis sich das thermodynamische Gleichgewicht mit der Temperatur T_a eingestellt hat und dann das äußere Magnetfeld auf den Wert B_e rasch absenkt und dafür sorgt, daß die Entropie des Systems konstant bleibt (adiabatischer Vorgang), so stellt sich ein neues Gleichgewicht bei niedrigerer Temperatur $T_e < T_a$ ein, die Spinkette wird also abgekühlt. Zeigen Sie, daß dann in 1. Näherung die Beziehung

   $$\frac{T_e}{T_a} = \frac{H_e}{H_a}$$

   gilt.

   (c) Wenn man nun das Magnetfeld wieder auf H_a langsam erhöht, und dabei die Temperatur konstant hält, so kann man sukzessive zu tieferen Temperaturen gelangen. Skizzieren Sie diesen Vorgang in einem S-T-Diagramm. Warum kann man nie $T = 0$ erreichen?

7. **Gleichgewicht bei chemischen Reaktionen** Man betrachte eine chemische Reaktion vom Typ $\alpha_A A + \alpha_B B \rightleftharpoons \alpha_C C$, wobei A, B, C drei beliebige Moleküle und die α_i die stöchiometrischen Koeffizienten sind. Zur leichteren Verallgemeinerung schreibt man solche Reaktionen oft in der Form

   $$\nu_A A + \nu_B B + \nu_C C \rightleftharpoons 0$$

   auf, wobei $\nu_C = -\alpha_C$ dann negativ wird.

(a) Zeigen Sie, daß im thermodynamischen Gleichgewicht für die Konzentrationen der einzelnen Molekülsorten $c_i = n_i/(n_A+n_B+n_C)$ das Massenwirkungsgesetz

$$c_A^{\nu_A} \cdot c_B^{\nu_B} \cdot c_C^{\nu_C} = 1$$

gilt.

(b) Zeigen Sie weiterhin, daß die chemischen Potentiale der Bedingung

$$\nu_A \mu_A + \nu_B \mu_B + \nu_C \mu_C = 0$$

genügen.

Wer möchte, kann die obigen Zusammenhänge auch gleich für beliebig viele Reaktionspartner ableiten.