INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Ing. Ch. Jurecka

THERMODYNAMIK UND STATISTISCHE MECHANIK WS 1998/99

9. Übungsblatt Abgabe: **Keine Abgabe**

25. **Variationen über schon bekannte Themen**

(a) Die Buchstaben des Wortes Tannenbaum seien zufällig angeordnet. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, daß alle drei n am Anfang stehen.

(b) Was ist ein thermodynamischer Kreisprozeß, wie groß ist der maximal mögliche Wirkungsgrad?

(c) ρ sei ein Dichteoperator. Zeigen Sie, daß ρ genau dann einen reinen Zustand beschreibt, wenn $\mathrm{Sp}\rho^2 = 1$ gilt.

(d) Die Zustandsumme eines Systems sei durch $Z = \exp(aT^3V)$ mit $a = \mathrm{const}$ gegeben. Berechnen Sie Druck P, Entropie S und Energie E.

(e) Wie ist die absolute Temperaturskala definiert?

(f) Leiten Sie einen Zusammenhang zwischen C_v und ΔH (Hamiltonoperator H) her.

(g) Berechnen Sie die Termdichte $\Omega(\epsilon)$ eines Systems mit Dispersionsrelation $\epsilon(\mathbf{k}) = \alpha|\mathbf{k}|^{3/2}$. Geben Sie auch die Termzahl $g(\epsilon)$ an (3 dimensional).

(h) Wodurch wird ein quantenmechanischer Zustand beschrieben, wodurch ein klassischer? Wie wird in den beiden Fällen die Zustandssumme berechnet? Geben Sie (in Worten) die Bedeutung der Größe $l = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2\pi mkT}}$ an und schätzen Sie damit die Zustandssumme eines idealen Gases ab.

(i) Erinnern Sie sich an adiabatische, isochore, isobare und isotherme Zustandsänderungen! Was versteht man unter einer reversiblen Zustandsänderung? Kann eine (isobare) Expansion gegen einen konstanten äußeren Druck reversibel sein?

(j) Ein System bestehe aus 3 Energieniveaus E, $2E$ und $3E$. Argumentieren Sie zunächst, wie groß die Entropie in den Grenzfällen $T = 0$ bzw. $T = \infty$ ist. Kommen Sie rechnersch auf das gleiche Ergebnis?

(k) Ein System rotiere mit mittlerem Drehimpuls J. Wie sieht der statistische Operator aus? Interpretieren Sie die Beiträge!

(l) Ein System werde von $\rho = \sum_i w_i |i><i|$ beschrieben. Sei $M = -\sum_i w_i \ln w_i$. Welche Form ergibt sich für w_i unter der Forderung $\frac{\delta M}{\delta w_i} = 0$ und (i.) $\sum_i w_i = 1$ oder (ii.) $\sum_i w_i = 1$ und $\sum_i w_i E_i = E$.

(m) Wie lauten mikro-, makro- und großkanonische Gesamtheit. Wie heißen und was beschreiben die Normierungsfaktoren, von welchen Parametern hängen die statistischen Operatoren ab?

(n) Wodurch ist ein System im Gleichgewicht charakterisiert? Beschreiben die Gesamtheiten der vorigen Aufgabe Gleichgewichtszustände?

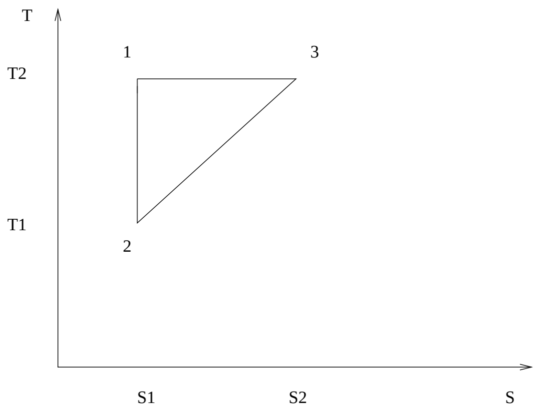

Abbildung 1: Kreisprozeß in Aufgabe (r)

(o) n Störstellen seien auf $N + n$ Gitterplätze eines Kristalls verteilt. Berechnen Sie die Entropie (Niedrigste Näherung Stirling!). Die Energie des Systems sei $E = n\epsilon$ mit ϵ der Energie pro Störstelle. Berechnen Sie die Temperatur des Systems. Formen Sie den erhaltenen Ausdruck so um, daß Sie eine Beziehung für die Anzahl der Störstellen in Abhängigkeit von der Temperatur erhalten.

(p) Ein System bestehe aus einem idealen Gas in einem Kolben mit beweglichem Stempel, das durch einen Thermostaten auf konstanter Temperatur gehalten wird. Berechnen Sie das mittlere Amplitudenquadrat der Zitterbewegund des Stempels um seine Gleichgewichtslage, wenn die Querschnittsfläche A ist.

(q) Zeigen Sie, daß gilt: $\left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_P = -S/N$.

(r) Berechnen Sie den Wirkungsgrad des Kreisprozesses aus Abbildung (1).