INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Ing. Ch. Jurecka

THERMODYNAMIK UND STATISTISCHE MECHANIK — WS 1998/99

8. Übungsblatt — Abgabe: Dienstag, 8. 12. 98, bis 11.25 Uhr

22. **Thermodynamische Relationen**

(a) Beweisen Sie

$$C_p = \frac{TV\alpha^2}{\kappa_T - \kappa_S}, \tag{1}$$

mit $\alpha = \frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial T}$, $\kappa_S = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S$ und $\kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$. Zeigen Sie weiters

$$C_V = \frac{TV\alpha^2\kappa_S}{(\kappa_T - \kappa_S)\kappa_T}. \tag{2}$$

(b) Beweisen Sie die Relation

$$\left(\frac{\partial C_P}{\partial P}\right)_{T,N} = -TV\left(\alpha^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial T}\right)_{P,N}\right). \tag{3}$$

(c) Zeigen Sie

$$\left(\frac{\partial \kappa_T}{\partial T}\right)_{P,N} = -\left(\frac{\partial \alpha}{\partial p}\right)_{T,N}. \tag{4}$$

23. **Osmose**

Die Entropie $S(E, V, N_1, N_2)$ (E innere Energie, V Volumen, $N_{1,2}$ Molzahlen) eines Gemisches zweier idealer Gase mit $N = N_1 + N_2$ und Konstanten C_i ist

$$S = R\sum_{i=1}^{2} N_i ln\left(C_i\frac{V}{N_i}\left(\frac{E}{N}\right)^{3/2}\right). \tag{5}$$

(a) Berechnen Sie die Zustandgleichungen $E(N,T)$ und $P(N,T,V)$. Zeigen Sie, daß für die chemischen Potentiale der Komponenten

$$\mu_j = RT\left(\frac{5}{2} - \ln\left(C'_j T^{3/2}\frac{V}{N_j}\right)\right) \tag{6}$$

gilt, wobei $C'_j = (3R/2)^{3/2} C_j$ ist.

Dieses Gasgemisch befinde sich nun in einem Zweikammersystem, das an ein Wärmebad der Temperatur T angeschlossen ist. In der Kammer I mit Volumen V_I befinden sich N_1^I Mol des ersten Gases und N_2^I Mol des zweiten Gases, in Kammer II (Volumen V_{II}) sind N_1^{II} Mol bzw. N_2^{II} Mol. Nun werde die Wand zwischen den beiden Kammern semipermeabel, d.h. sie lasse die Gaskomponente 1 durch, für Gas 2 sei sie undurchlässig.

(b) Berechnen Sie die Teilchenzahlen in beiden Kammern nachdem sich das Gleichgewicht eingestellt hat.

(c) Berechnen Sie die Drücke in beiden Kammern. Kann der Druckunterschied Null werden? Wie würden sich die Drücke einstellen, wenn die Wand für beide Gase durchlässig wäre?

24. **Elektronenaustritt**

Man betrachte ein Elektronengas außerhalb eines Metalls im thermischen Gleichgewicht mit den Leitungselektronen des Metalls bei der Temperatur T. Das chemische Potential der Elektronen im Metall befinde sich um die Austrittsarbeit ϕ unterhalb der Energie eines freien Elektrons im Unendlichen. Die Dichte der Elektronen außerhalb des Metalls sei gering, so daß diese als klassisch angesehen werden können. Das chemische Potential des Metalls sei temperaturunabhängig.

(a) Berechnen Sie das chemische Potential eines freien idealen Gases mit möglicher Doppelbesetzung eines Zustandes (Spin up – Spin down) aus der Zustandssumme $Z = 2^N Z_{id}$, mit Z_{id} der Zustandssumme des idealen Gases. Verwenden Sie hierzu die Stirlinformel in der niedrigsten Näherung $N! = (N/e)^N$.

(b) Stellen Sie die Gleichgewichtsbedingung auf.

(c) Berechnen Sie die Anzahl der Elektronen pro Volumeneinheit in Abhängigkeit vom Potential ϕ und der Temperatur T.