INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Ing. Ch. Jurecka

THERMODYNAMIK UND STATISTISCHE MECHANIK WS 1998/99

4. Übungsblatt Abgabe: Dienstag, 10. 11. 98, bis 11.25 Uhr

---

10. Die kanonische Verteilung

Die Zustandssumme der kanonischen Verteilung ist gegeben durch

$$Z = \sum_n e^{-\beta E_n}. \tag{1}$$

(a) Drücken Sie den Mittelwert der Energie $< E >$ und des Quadrates der Energie $< E^2 >$ durch Z und β aus.

(b) Zeigen Sie, daß für das Schwankungsquadrat $(\Delta E)^2$ gilt:

$$(\Delta E)^2 = -\frac{\partial < E >}{\partial \beta} \tag{2}$$

(c) Begründen Sie, daß, wenn die möglichen Energiewerte des Systems unbeschränkt sind, $\beta > 0$ gelten muß.

(d) Nehmen Sie nun an, die Energieniveaus wären so nah beieinander, daß die Summation in der Zustandssumme durch eine Integration über die Termdichte $\Omega(\epsilon)$ ersetzt werden kann. Für $\Omega(\epsilon) = \epsilon^{aN}$ (a von der Größenordnung 1) berechne man $< E >$ sowie $(\Delta E)^2$ direkt und mittels (2). Vergleichen Sie das Ergebnis mit Aufgabe (8).

11. Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung

Die Wahrscheinlichkeit ein Teilchen mit Impuls $\vec{p}$ anzutreffen ist durch die Maxwellverteilung

$$\rho(\vec{p}) = (\frac{1}{2\pi mkT})^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{p^2}{2mkT}} \tag{3}$$

gegeben.

(a) Zeigen Sie, daß die Wahrscheinlichkeit, ein Teilchen mit Geschwindigkeitsbetrag v anzutreffen durch $P(v) = 4\pi v^2 (\frac{m}{2\pi kT})^{3/2} \exp(-mv^2/2kT)$ gegeben ist.

(b) Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit $< v >$, die mittlere Geschwindigkeitsquadrat $< v^2 >$ und die wahrscheinlichste Geschwindigkeit v_p.

(c) Wie groß ist die Gesamtentfernung, die alle Teilchen eines idealen Gases innerhalb eines Volumens V pro Sekunde zurücklegen? Berechnen Sie einen Zahlenwert für Wasserstoff bei $T = 273.15$K und einem Gasdruck von 1bar.

(d) Aus einem Ofen entweicht durch eine punktförmige Öffnung ein Gasstrahl ins Vakuum, der durch eine ebenfalls punktförmige Blende horizontal ausgeblendet wird. Der Strahl wird auf einem Schirm im Abstand a aufgefangen. Man berechne die Intensitätsverteilung $I(z)$ auf dem Schirm unter Berücksichtigung der Schwerkraft. Zwischen Ofen und Blende sei die Schwerkraft zu vernachlässigen.