



**Fragen zu den Aufgaben:** H. Kriegel, Raum A317, Tel.: 391-5187, h.kriegel@tu-bs.de

**Stichworte:** Linienintegral, Cauchy-Riemann-Differentialgleichungen

**22. Integrale komplexer Funktionen und Integralsatz von Cauchy (8 Punkte)**

- (a) Berechnen Sie das Integral  $\int (z^*)^2 dz$  entlang der Kreise mit  $|z| = 1$  und  $|z - 1| = 1$  im mathematisch positiven Sinn.  
 (b) Prüfen Sie den Cauchyschen Integralsatz, indem sie explizit

$$\oint (5z^3 - 3z + 1) dz$$

entlang des Kreises mit  $|z| = 1$  und entlang des quadratischen Weges mit den Eckpunkten  $0, 1, 1 + i, i$  berechnen.

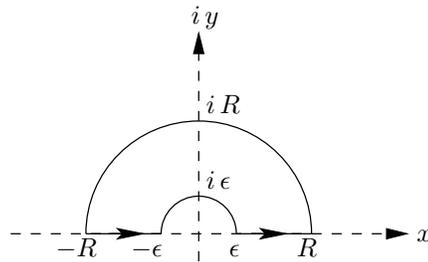
**23. Integralsatz von Cauchy II (7 Punkte)**

Man kann den Integralsatz von Cauchy zur Berechnung bestimmter Integrale verwenden. Dieses Verfahren soll an einem Beispiel vorgestellt werden:

- (a) Berechnen Sie das Integral der Funktion

$$f(z) = \frac{e^{iz}}{z} \tag{1}$$

längs der in der Abbildung dargestellten geschlossenen Kurve.



- (b) Führen Sie die Grenzübergänge  $\epsilon \rightarrow 0$  und  $R \rightarrow \infty$  durch und zeigen Sie auf diese Weise

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2} . \tag{2}$$