Blatt 3

Aufgabe 1: Integrale soviel das Herz begehrt (40 Punkte)

Lösen Sie diese integrale unter Angabe der verwendeten Regel, vereinfachen Sie das Ergebnis soweit wie möglich.

a) $\int \sin^4(x)\cos(x)\,dx$

b) $\int \sin(\sqrt{x})\,dx$

c) $\int \frac{1}{x\ln x}\,dx$

d) $\int_0^1 (x-x^2)\sin(n\pi x)\,dx \quad n\in\mathbb{N}$

e) $\int \frac{e^x-1}{e^x+1}\,dx$

f) $\int \frac{2x^2-5x+2}{x^3-2x^2+x}\,dx$

g) $\int \frac{\cos(x)}{\sqrt{\sin(x)}}\,dx$

h) $\int_{-2}^4 |x|\,dx$

i) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}\,dx \ , \ a\neq 0$

j) $\int \frac{1}{x^2-a^2}\,dx \ , \ a\neq 0$

k) $\int_{-a}^a x^4\sin(x)\cos(x^3)\,dx$

l) $\int \sin^2(x)\,dx$

m) $\int \frac{1}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x-2}}\,dx$

n) $\int \frac{Ax+B}{Cx^2+Dx+E}\,dx \ , \ A,B,C,D,E\in\mathbb{R}$

Aufgabe 2: Spezielle Funktionen (10 Punkte)

Oft sind spezielle Funktionen als Integrale definiert. Es kann passieren, dass diese Integrale nicht analytisch lösbar sind. Man kann nun diese Funktionen untersuchn indem man das Integral numerisch auswertet.

Eine Funktion $J_n(x)$ sei für $n\in\mathbb{N}$ definiert durch

$$J_n(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \cos(n\tau - x\sin(\tau))\,d\tau.$$

Benutzen Sie eine der Integrationsmethoden aus Aufgabe 3 von Blatt 2 um J_0 bis J_5 für $0\leqslant x\leqslant 10$ zu plotten. Stellen Sie dabei sicher, dass Sie genug Stützstellen verwenden und Sie die Auflösung in x fein genug wählen.