INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. S. Grossjohann

Rechenmethoden II — SoSe 2008

13. Übungsblatt — Abgabe: **keine Abgabe, Besprechung kleine Übungen**

Der Klausurtermin ist Samstag, der 18.07.2008 von 14:00-16:30h im MS3.1. Es werden keine Hilfsmittel zugelassen, Papier wird bereitgestellt. Vergessen Sie Ihren gültigen Personal- und Studienausweis nicht.

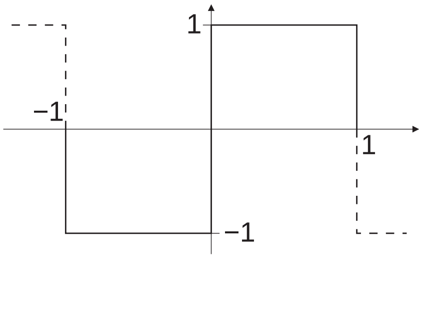
1. **Kurzfragen**
   Beantworten Sie folgende Fragen:
   (a) Schreiben Sie folgende komplexe Zahlen um in die Euler-Darstellung: $z = -1$, $z = 2i$ und $z = 1 - i$.
   (b) Ist die folgene Funktion $f(z) = z \sin(z)$ analytisch?
   (c) Zeichnen Sie die Verzweigungslinien der Funktion $f(z) = z^{1/3}$.
   (d) Berechnen Sie $\int_{-4}^{2} \delta(x-3)\sin(x)dx$
   (e) Geben Sie 2 Basissysteme des $\mathbb{R}^3$ mit zugehörigem Volumenelement an.
   (f) Wie lautet der Stokessche Integralsatz?
   (g) Ist $\vec{E} = \begin{pmatrix} x^2+y^2 \\ y \\ z+y \end{pmatrix}$ ein konservatives Kraftfeld?

2. **Potenz-/Laurentreihenentwicklungen**
   Entwickeln Sie folgende Ausdrücke in Potenz-/Laurentreihen um x_0 (in allen Konvergenzgebieten) und geben Sie die Konvergenzradien an:
   (a) $f(x) = \sin(x), \quad x_0 = \pi$
   (b) $f(x) = \frac{1}{x^2-1}, \quad x_0 = 1$

3. **Residuensatz**
   Berechnen/Zeigen Sie:
   (a) $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{a+b\sin(\varphi)} d\varphi, \quad a > |b|$
   (b) $\int_0^{\infty} \frac{\sin^2(x)}{x^4+2x^2+1} dx$
   (c) $\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \ldots = \frac{\pi^2}{12}$

   Betrachten Sie zur Lösung der letzten Teilaufgabe die Funktion: $F(z) = \frac{\pi}{z^2 \sin(\pi z)}$

4. **Fourier-Reihe**
   Entwickeln Sie die periodisch fortgesetzte Funktion $f(x) = \begin{Bmatrix} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{Bmatrix}$ in eine Fourier-Reihe. Entnehmen Sie die Periodizität der Abbildung.



5. **Satz von Gauß**
   Verifizieren Sie durch Nachrechnen den Satz von Gauß

$$\oint_{\partial V} \vec{A}(\vec{x}) d\vec{F} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{A}(\vec{x}) dV$$

   mit ∂V als Oberfläche des Volumens V und $\vec{A}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} xy^2 \\ x^2 y \\ 0 \end{pmatrix}$. Das Volumen sei ein Zylinder mit Radius $R = 1$ und Höhe $h = 1$ dessen Zentrum im Koordinatenursprung liege. Führen Sie Zylinderkoordinaten ein und zeigen Sie, dass für das Volumenelement gilt: $dV = r dr d\phi dz$.

6. **Differentialgleichungen**
   Berechnen Sie die Lösungen folgender Differentialgleichungen.

   (a)
$$y' + 2xy = 2x^3, y(0) = 1$$

   (b)
$$y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 2$$

   Lösung durch i) Rückführung auf System 1er Ordnung und ii) Laplace-Transformation.