INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. S. Grossjohann

Rechenmethoden II SoSe 2008

8. Übungsblatt Abgabe: **Montag den 09.06.2008 bis 17:00h, HA-Kiste bei A316**

Termine und Übungszettel (pdf-Format) sind im Internet unter http://www.fkt.tu-bs.de zu finden.

1. **Potentiale (10 Punkte)**

   (a) Gegeben sei das Vektorfeld

   $$\bar{B} = \begin{pmatrix} 2yz \\ 0 \\ 4x^2 + 3y^2 \end{pmatrix}.$$

   Bestimmen Sie ein Vektorfeld $\bar{A}$ für das gilt: $\mathrm{rot}\bar{A} = \bar{B}$.

   (b) Gegeben sei das Vektorfeld

   $$\bar{E} = \begin{pmatrix} (2-\alpha)y + z \\ z + \alpha x \\ x + y \end{pmatrix}.$$

   Für welches α besitzt $\bar{E}$ ein Potential ϕ, d.h. für welches α finden Sie ein ϕ für das gilt $\bar{E} = -\mathrm{grad}\phi$?

   (c) Es sei K der Schnitt des Zylinders $x^2 + y^2 = 1$ mit der Ebene $x + z = 1$. Geben Sie eine Parametrisierung von K an. Bestimmen Sie den Wert des Kurvenintegrals

   $$\int_{\partial K} \bar{E} d\bar{s}.$$

2. **Gauß und Stokes einmal anders (10 Punkte)**
   Beweisen Sie die folgenden drei Gleichungen:

   (a)
   $$\oiint_{\partial V} f(x,y,z) d\bar{F} = \iiint_V \nabla f(x,y,z) dV$$

   (b)
   $$\oint_{\partial F} f(x,y,z) d\bar{s} = -\iint_F (\nabla f(x,y,z)) \times d\bar{F}$$

   (c)
   $$\oint_{\partial F} \bar{f}(x,y,z) \times d\bar{s} = -\int_F \left[(\bar{n} \times \bar{\nabla}) \times \bar{f}(x,y,z)\right] dS$$

   Dabei gilt $\bar{n} dS = d\bar{F}$ und $\bar{\nabla} f(x,y,z) = \mathrm{grad}(f(x,y,z))$. Vielleicht hilft es Ihnen in a) und b), die Funktion $f(x,y,z)$ mit einem konstanten Vektor zu multiplizieren. Schauen Sie sich c) in Einzelkomponenten an, d.h. $\bar{f}(x,y,z) = f_i \bar{e}_i$ mit $\bar{e}_i$=Einheitsvektoren. Können Sie dann jeweils bekannte Integralsätze verwenden um auf das Ergebnis zu kommen?