INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. S. Grossjohann

Rechenmethoden II SoSe 2008

7. Übungsblatt Abgabe: **Montag den 02.06.2008 bis 17:00h, HA-Kiste bei A316**

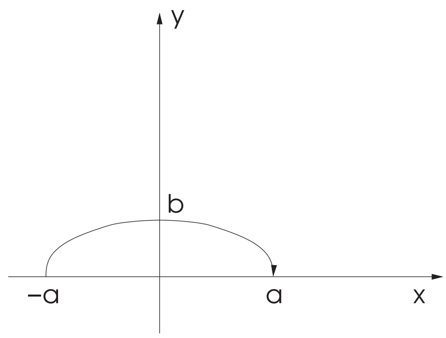
Termine und Übungszettel (pdf-Format) sind im Internet unter http://www.fkt.tu-bs.de zu finden.

1. **Stokesscher Integralsatz (8 Punkte)**

   (a) Berechnen Sie das geschlossene Linienintegral $\int \bar{A}(\bar{r})\, d\bar{s}$ im Kraftfeld

   $$\bar{A} = \begin{pmatrix} x+y \\ x/2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

   von $(a,0,0)$ entlang der x-Achse nach $(-a,0,0)$ und zurück zu $(a,0,0)$ entlang der oberen Hälfte einer Ellipse mit Halbachsen a, b und Mittelpunkt im Koordinatenursprung.



   (b) Wenden Sie den Satz von Stokes auf a) an und zeigen Sie dessen Gültigkeit indem Sie das Flächenintegral explizit ausführen.

   (c) Zeigen Sie, dass Wegintegrale über konservative Kraftfelder $\bar{F}$ (d.h. rot$\bar{F} = 0$) wegunabhängig sind und das demzufolge für geschlossene Wegintegrale immer gelten muss:

   $$\oint \bar{F} \cdot d\bar{s} = 0.$$

   Ist $\bar{A}$ ein solches Kraftfeld?

2. **Rotationskörper (8 Punkte)**
   Betrachten Sie die Funktion $z = -x^2 + 4$ in der oberen (x,z)-Halbebene. Wenn Sie diese Parabel um die x-Achse rotieren erhalten Sie einen sogenannten Rotationskörper.

   (a) Finden Sie eine Parametrisierung des Rotationskörpers und bestimmen Sie dessen Normalenvektor. Achten Sie dabei auf die Orientierung des Vektors.

   (b) Wie erhält man nun die Fläche des Körpers? (Integral hinschreiben reicht!)

   (c) Berechnen Sie den Fluss des Vektorfeldes $\bar{A} = (x, 0, y/z)$ durch die Oberfläche des Rotationskörpers.

3. **Feld- und Niveaulinien (4 Punkte)**
   Gegeben sei die Funktion $\phi(x,y)$:

   $$\phi(x,y) = \frac{Q}{2r^3}(3\cos^2(\alpha) - 1)$$

   wobei $r = \sqrt{x^2+y^2}$ und α der Winkel zwischen $\bar{r} = (x,y)$ und der y-Achse ist. Bestimmen Sie $\bar{E} = -\text{grad}\phi$, zeichnen Sie die Feldlinien von $\bar{E}$ und die Niveauflächen von ϕ (Äquipotentialflächen) in der x-y-Ebene. (ϕ ist ein Schnitt durch das elektrische Potential eines um die y-Achse rotationssymmetrischen Quadrupols und $\bar{E}$ sein elektrisches Feld.)