INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. S. Grossjohann

Rechenmethoden II — SoSe 2008

4. Übungsblatt — Abgabe: **Montag den 05.05.2008 bis 17:00h, HA-Kiste bei A316**

Termine und Übungszettel (pdf-Format) sind im Internet unter http://www.fkt.tu-bs.de zu finden.

1. **Laurentreihen (6 Punkte)**
   Entwickeln Sie nachfolgende Funktionen in Laurentreihen in z um z_0 in *allen* Konvergenzgebieten und geben Sie die dazugehörigen Konvergenzradien an. Benennen Sie alle auftretenden Singularitäten und geben Sie Residuem an falls vorhanden.

   (a)
   $$f(z) = e^z + \frac{2}{z-1}, \quad z_0 = -1$$

   (b)
   $$\frac{z - \sin(z)}{z^3}, \quad z_0 = 0$$

   (c)
   $$f(z) = \frac{z^2 - 4z + 2}{z(z-1)(z-2)}, \quad z_0 = 0$$

2. **Residuensatz (8 Punkte)**

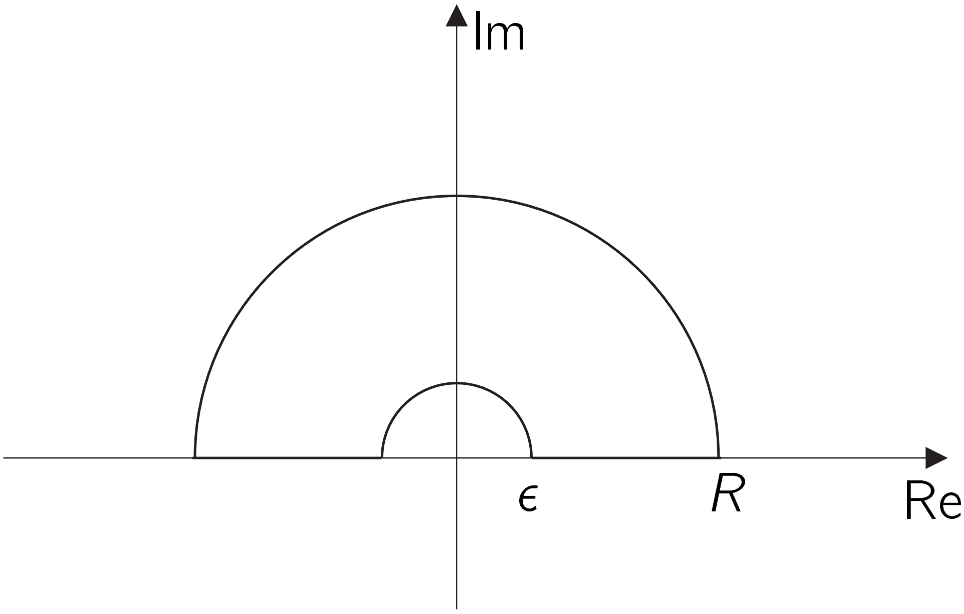
   (a) Finden Sie die Pole und bestimmen Sie die Residuen der Funktion
   $$f(z) = \frac{z^2 - 4}{z^3 + 2z^2 + 2z}.$$

   (b) Berechnen Sie das Integral
   $$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{1 + x^4} dx.$$

   (c) Berechnen Sie das Integral
   $$\int_0^{2\pi} \frac{1}{(5 - 3\sin x)^2} dx$$

   Tips: Erinnern Sie sich bei (c) an die komplexe Darstellung des Sinus und substituieren Sie geeignet.

3. **Wieder ein reelles Integral... (6 Punkte)**
   Zeigen Sie
   $$\int_0^{\infty} \frac{\sin(x)}{x} dx = \frac{\pi}{2}$$
   indem Sie den Integrationspfad wählen wie in rückseitig abgebildeter Figur für $\epsilon \to 0$ und $R \to \infty$. Begründen Sie die Wahl des Integrationspfades.


Im
ϵ
R
Re