



Termine und Übungszettel (pdf-Format) sind im Internet unter <http://www.fkt.tu-bs.de> zu finden.

1. Potenzreihen (5 Punkte)

Entwickeln Sie nachfolgende Funktionen in Potenzreihen nach z um $z = z_0$ und geben Sie den dazugehörigen Konvergenzradius an.

(a) $f(z) = \frac{1}{(z^2-1)}$, $z_0 = 1/2$

(b) $f(z) = \ln(z+2)$, $z_0 = -1$

(c) $f(z) = \arctan(z)$, $z_0 = 0$ Tip: $\frac{d \arctan(z)}{dz} = ?$

2. Ein Integral (5 Punkte)

Berechnen Sie den Wert des Integrals

$$\oint_C \frac{\cos(z\pi)}{z^2 - 4z - 5} dz$$

wobei C eine Kurve um $z_0 = 1$ mit (a) $|z - z_0| = 1$ und (b) $|z - z_0| = 3$ ist.

3. Cauchyscher Integralsatz (5 Punkte)

Prüfen Sie den Cauchyschen Integralsatz, indem Sie explizit

$$\int_0^{1+i} (z^2 + 1) dz$$

entlang der zwei Geraden $0 \rightarrow 1 \rightarrow i + 1$ und entlang eines Viertelkreises mit Mittelpunkt in $z = i$ berechnen.

4. Cauchysche Integralformel (5 Punkte)

Man kann die Cauchysche Integralformel verwenden, um bestimmte Integrale zu berechnen. Als Beispiel soll dieses Verfahren auf

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(x)}{x^2 + 1} dx$$

angewendet werden. Dazu berechne man das entsprechende Integral im Komplexen mittels der Cauchyschen Integralformel längs des skizzierten Weges für Kreisradius $R \rightarrow \infty$. Man zeige, daß der Beitrag des Halbkreises in diesem Grenzfall verschwindet, und man somit obiges Integral bestimmt hat.

