



Termine und Übungszettel (pdf-Format) sind im Internet unter <http://www.fkt.tu-bs.de> zu finden.

1. Betrag, Real- und Imaginärteil (4 Punkte)

- (a) Gegeben seien zwei komplexe Zahlen $z := i - 2$ und $w := i - (2i - 1)^2$. Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil, sowie den Betrag von $z + w$, zw , w^{-1} und z/w .
- (b) Geben Sie Real- und Imaginärteil folgender Ausdrücke an, $z = x + iy$, $x, y \in \mathbb{R}$:

(i) $\frac{z-1}{z+1}$ (ii) $\log(i^{3i})$

2. Ein paar Skizzen (4 Punkte)

Skizzieren und beschreiben Sie folgende Teilmengen in $\mathbb{C}$:

- (a) $M_1 := \{z \in \mathbb{C}; \quad 0 < \operatorname{Im}(iz) < 1\}$ (b) $M_2 := \{z \in \mathbb{C}; \quad |z - 2| + |z + 2| = 5\}$
(c) $M_3 := \{z \in \mathbb{C}; \quad |z| = \operatorname{Re}(z) - 1\}$ (d) $M_4 := \{z \in \mathbb{C}; \quad |z + 2i| = |z - 1|\}$

3. Die Einheitswurzel und ein paar Beweise (4 Punkte)

- (a) Lösen Sie die Gleichung $z^4 = 1$
- (b) Zeigen Sie $\sin(z \pm w) = \sin(z) \cos(w) \pm \cos(z) \sin(w)$, $z, w \in \mathbb{C}$
- (c) Zeigen Sie $e^{z+w} = e^z e^w$, $z, w \in \mathbb{C}$

4. Analytische Funktionen (4 Punkte)

Prüfen Sie, ob die folgenden Funktionen holomorph sind:

(a) $x^2 + iy^3$ (b) e^{iz^*} (c) $\sin z$ (d) $\cos |z|$

5. Verzweigungspunkte, Riemannsche Blätter (4 Punkte)

Betrachten Sie die die Funktion $w = \log(z^2 + 1)$.

- (a) Zeigen Sie, dass die Funktion Verzweigungspunkte bei $\pm i$ besitzt. Welche Ordnung haben diese Verzweigungspunkte?
- (b) Zeichnen Sie eine Verzweigungslinie.
- (c) Skizzieren Sie den Imaginär- sowie den Realteil der Funktion (Plots gängiger Mathe-Software sind erlaubt).