INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. S. Simon

PHYSIKALISCHE RECHENMETHODEN II — SoSe 2005

11. Übungsblatt — Besprechung am Montag, d. 04.07.05

Fragen zu den Übungsaufgaben: S. Simon, Raum A317, Tel. 391-5187, sven.simon@tu-bs.de

---

30. **Residuensatz II**
Es sei γ eine Kurve um den Nullpunkt mit Radius 1. Man berechne die Integrale

$$\int_\gamma \frac{\mathrm{d}z}{z^2 - \frac{5}{2}iz - 1} \quad \text{und} \quad \int_\gamma e^{-\frac{1}{z}} \sin\frac{1}{z}\,\mathrm{d}z \quad .$$

31. **Fourier-Transformation**
Wir betrachten einige Anwendungsbeispiele:

(a) Bestimmen Sie die Fouriertransformierte zu $f(x) = \exp(-x^2/a^2)$.
Hinweis: Verwenden Sie eine quadratische Ergänzung, um das folgende, bestimmte Integral zu erhalten: $\int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{-x^2} = \sqrt{\pi}$.

(b) Berechnen Sie das folgende Integral:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\tau\, f_1(\tau)\, f_2(t-\tau),$$

wobei die Funktionen f_1, f_2 durch $f_1(t) = \sqrt{a/\pi}\exp(-at^2)$ bzw. $f_2(t) = \sqrt{b/\pi}\exp(-bt^2)$ mit $a, b > 0$ gegeben seien.
Hinweis: Verwenden Sie den Faltungssatz.

(c) Lösen Sie die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung

$$\kappa^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x,t) = \frac{\partial}{\partial t} u(x,t)$$

für $t > 0$ mit den Randbedingungen $u(x, t = 0) = f(x)$, indem Sie eine Fouriertransformation bezüglich x durchführen. Sie erhalten eine DGL für $u(k,t)$ in t, die sich elementar integrieren lässt. Geben Sie $u(x,t)$ für beliebiges $f(x)$ und für $f(x) = f_0 = \text{const}$, $f(x) = \delta(x)$ sowie $f(x) = f_0 \exp(-\alpha x^2); \alpha > 0$ an.
Bemerkung: $u(x,t)$ ist physikalisch entweder als Energiedichte oder Temperaturfeld zu interpretieren.