INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. S. Simon

PHYSIKALISCHE RECHENMETHODEN II SoSe 2005

10. Übungsblatt Besprechung am Montag, d. 27.06.05

Fragen zu den Übungsaufgaben: S. Simon, Raum A317, Tel. 391-5187, sven.simon@tu-bs.de

27. **Integralsatz von Cauchy I**
Prüfen Sie den Cauchyschen Integralsatz, indem sie explizit

$$\oint \left(5z^3 - 3z + 1\right) dz$$

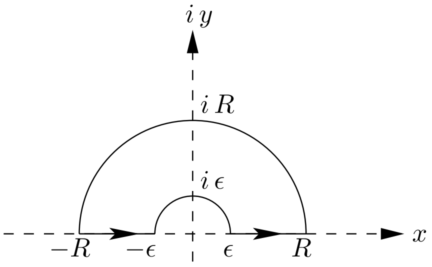
entlang des Kreises mit $|z| = 1$ und entlang des quadratischen Weges mit den Eckpunkten $0, 1, 1+i, i$ berechnen.

28. **Integralsatz von Cauchy II**
Man kann den Integralsatz von Cauchy zur Berechnung bestimmter Integrale verwenden. Dieses Verfahren soll an einem Beispiel vorgestellt werden:

(a) Berechnen Sie das Integral der Funktion

$$f(z) = \frac{e^{iz}}{z}$$

längs der in der Abbildung dargestellten geschlossenen Kurve.



(b) Führen Sie die Grenzübergänge $\epsilon \to 0$ und $R \to \infty$ durch und zeigen Sie auf diese Weise

$$\int_0^\infty \frac{\sin x}{x}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{2} \quad .$$

29. **Residuensatz I**
Ein paar Anwendungsbeispiele:

(a) Berechnen Sie ($z \in \mathbb{C}$):

$$\oint_C \frac{1}{z^6+1}\,\mathrm{d}z,$$

wobei sich die Kurve C aus den beiden Teilstücken $C_1 = \{z \,|\, |z| = R; \mathrm{Im}\, z > 0; R > 0\}$ und $C_2 = \{z \,|\, -R \le \mathrm{Re}\, z \le R; \mathrm{Im}\, z = 0\}$ zusammensetzt.

(b) Berechnen Sie ($z \in \mathbb{C}$):

$$\oint_C \frac{e^{ikz}}{z^2+a^2}\,\mathrm{d}z; \quad a, k \text{ reell},$$

wobei die Kurve C der Kreis mit Radius $|z| = 2a$ ($a > 0$) ist.