



**Fragen zu den Übungsaufgaben:**

Sven Simon, Raum A317, Tel. 391-5187, sven.simon@tu-bs.de  
Joachim Müller, Raum A225, Tel. 391-5183, joa.mueller@tu-bs.de

**39. Differentialgleichungen**

Bestimmen Sie jeweils die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen:

(a)  $y' = xy^{1/3}$

(e)  $y' - y = e^x$

(i)  $y'' + y' - 2y = 10x$

(b)  $y' = x + y$

(f)  $y' + 2xy = 4x$

(j)  $y''' - 3y'' - 9y' - 5y = 0$

(c)  $x^2y' - 2xy = \frac{1}{x}$

(g)  $y' = \frac{x^2}{\sin(y)}$

(k)  $y' = \frac{x-y-3}{x+y-1}$

(d)  $y' = e^{3x+2y}$

(h)  $y'' + 2y' + 2y = 0$

(l)  $e^y - 2x + xy'e^y = 0$

**40. Anfangswertprobleme**

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

(a)  $(1 + x^2)y' - xy = x$  mit  $y(0) = 0$

(b)  $y' + y = \sin(x)$  mit  $y(0) = 0$

(c)  $y' = \sin^2(x) \cos^2(y)$  mit  $y(0) = \frac{\pi}{4}$

**41. Bernoulli-Differentialgleichung**

Ein spezieller Typ von nicht-linearen Differentialgleichungen, die sich mit einem Trick auf eine lineare Differentialgleichung zurückführen lassen, sind die sogenannten *Bernoulli*-Differentialgleichungen:

$$y' + p(x)y + q(x)y^\alpha = 0 \quad \text{mit} \quad \alpha \neq 1 \quad . \quad (1)$$

Multipliziert man die Gleichung mit  $(1 - \alpha)y^{-\alpha}$ , so überführt die Substitution  $z = y^{1-\alpha}$  Gl. (1) in eine lineare Differentialgleichung.

Lösen Sie mit Hilfe dieses Ansatzes das folgende Anfangswertproblem:

$$2 \cos(x)y' = y \sin(x) - y^3 \quad \text{mit} \quad y(0) = 1 \quad .$$

Zum Lösen der auftretenden Integrale ist es hilfreich, sich die Ableitung von  $\tan(x)$  zu vergegenwärtigen.

**42. Freier Fall mit laminarer Reibung**

Ein Körper der Masse  $m$  fällt aus der Anfangshöhe  $h$  mit der Anfangsgeschwindigkeit  $v_0 = 0$  in einer zähen Flüssigkeit unter dem Einfluß der Gravitationskraft  $-mg$  nach unten. Der Widerstand der Flüssigkeit ist proportional zur Fallgeschwindigkeit; die Proportionalitätskonstante sei  $\alpha$ . Die Bewegung soll eindimensional beschrieben werden. Der Auftrieb wird vernachlässigt.

(a) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung.

(b) Geben Sie die Lösung für obige Anfangsbedingungen an.

(c) Welche stationäre Endgeschwindigkeit ergibt sich für große Fallzeiten?