INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

QUANTENMECHANIK — WS 2000/2001

10. Übungsblatt — Abgabe: Freitag, 12.1.2001, bis 9^{45} Uhr

Sprechstunde: T. Bagdonat, A317, Dienstag ab 14^{00} Uhr, Tel.: 391-5187
Ein Link zu dieser Vorlesung: `http://www.tu-bs.de/institute/theophys/edu.html`

---

21. **Translationsoperator**

    In der Ortsdarstellung wirkt der Translationsoperator $\hat{D}(a)$ auf ein $\Psi(x)$ in der Weise $\hat{D}(a)\Psi(x) = \Psi(x-a)$. Man drücke diesen Operator durch den Impulsoperator $\hat{p}$ aus, indem man die Funktion $\Psi(x-a)$ in eine Taylorreihe bei $a = 0$ entwickelt.

22. **Besetzungszahldarstellung**

    (a) Zeigen Sie, daß der Hamiltonoperator $\hat{H}_{\mathrm{HO}}$ des harmonischen Oszillators und der in der VL angegebene Teilchenzahloperator $\hat{N} = \hat{a}^{+}\hat{a}$ das gleiche Eigenfunktionensystem besitzen.

    (b) Bestimmen Sie die Besetzungszahldarstellungen von $\hat{p}$, $\hat{x}$ und $\hat{H}_{\mathrm{HO}}$.

23. **Lösen einer Integralgleichung**

    Man betrachte die Integralgleichung

$$f(x) + u(x)\int_a^b v^*(x')f(x')dx' = g(x) \quad .$$

Gesucht ist die Funktion $f(x)$ für beliebiege $u(x)$ und $v(x)$. Obige Gleichung läßt sich als Ortsdarstellung der Gleichung

$$|f\rangle + |u\rangle\langle v|f\rangle = |g\rangle$$

auffassen. Bestimmen Sie den inversen Operator zu

$$\hat{A} = \hat{I} + |u\rangle\langle v|$$

und lösen Sie damit obige Integralgleichung.

Hinweis: Um den inversen Operator zu finden, kann man z.B. so vorgehen, daß man sich die Wirkungsweise von $\hat{A}$ im $\mathbb{R}^2$ klarmacht und versucht eine Operation zu finden, die diese rückgängig macht. Das kann man dann wieder leicht in die formale Schreibweise übertragen. Zeigen Sie dann aber auf jeden Fall noch, daß das Ergebnis auch wirklich $\hat{A}^{-1}$ ist!