INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

QUANTENMECHANIK WS 2000/2001

9. Übungsblatt Abgabe: Freitag, 22.12.2000, bis 9^{45} Uhr

Sprechstunde: T. Bagdonat, A317, Dienstag ab 14^{00} Uhr, Tel.: 391-5187
Ein Link zu dieser Vorlesung: `http://www.tu-bs.de/institute/theophys/edu.html`

---

18. **Unitäre und Hermitesche Operatoren**

$\hat{U}$ und $\hat{V}$ seien unitär, $\hat{H}$ sei hermitesch. Zeigen Sie, daß

(a) $a\hat{U}$ mit $aa^* = 1$ (b) $\hat{U}^n$ (c) $\hat{U}\hat{V}$ (d) $\exp(i\hat{H})$ (e) $\dfrac{\hat{I} - i\hat{H}}{\hat{I} + i\hat{H}}$

unitär sind und daß

(f) $i\dfrac{\hat{U} - \hat{I}}{\hat{U} + \hat{I}}$ (g) $\hat{U}\hat{H}\hat{U}^{-1}$

hermitesch sind.

19. **Basiszerlegung**

$|e_i\rangle$ sei ein vollständiges Orthonormalsystem aus abzählbaren Elementen.

(a) Zeigen Sie, daß für einen normierten Ket $|\Psi\rangle$ gilt:

$$|\Psi\rangle = \sum_i c_i |e_i\rangle \Rightarrow \sum_i |c_i|^2 = 1 \qquad .$$

(b) Der Operator $\hat{H}$ habe diese $|e_i\rangle$ als Eigenvektoren. $\hat{H}$ ist außerdem hermitesch und positiv definit, d.h. alle Eigenwerte sind nicht negativ. Zeigen Sie unter Verwendung der Dreiecksungleichung für komplexe Zahlen, daß dann für beliebige $|u\rangle$, $|v\rangle$ gilt:

$$|\langle u|\hat{H}|v\rangle|^2 \leq \langle u|\hat{H}|u\rangle\langle v|\hat{H}|v\rangle \qquad .$$

20. **Erwartungswert eines Operators**

Zeigen Sie, daß für einen hermiteschen Operator $\hat{A}$ stets der Erwartungswert $\langle \hat{A}^2 \rangle \geq 0$ ist.

21. **Ohne Titel**

Die n-te (n sei eine natürliche Zahl) Potenz eines Operators $\hat{L}$ ergebe den Einheitsoperator: $\hat{L}^n = \hat{I}$. Bestimmen Sie die Eigenwerte von $\hat{L}$.