INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

QUANTENMECHANIK — WS 2000/2001

4. Übungsblatt — Abgabe: Freitag, 17.11.2000, bis 9^{45} Uhr

Sprechstunde: T. Bagdonat, A317, Dienstag ab 14^{00} Uhr, Tel.: 391-5187
Ein Link zu dieser Vorlesung: `http://www.tu-bs.de/institute/theophys/edu.html`

6. **Kommutatoren**

   (a) Berechnen Sie für die Komponenten des Drehimpulsoperators $\underline{\hat{L}} = \underline{\hat{x}} \times \underline{\hat{p}}$ die Kommutatoren $[\hat{L}_i, \hat{L}_j]$ sowie $[\hat{L}_i, \hat{L}^2]$.

   (b) Sei $[\hat{A}, \hat{B}] \neq 0$, aber $\Big[\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]\Big] = \Big[\hat{B}, [\hat{A}, \hat{B}]\Big] = 0$. Zeigen Sie, daß dann

   $$e^{\hat{A}} \hat{B} e^{-\hat{A}} = \hat{B} + [\hat{A}, \hat{B}]$$

   gilt.

   (c) Beweisen Sie für den Operator $\hat{A}(\hat{q}_k, \hat{p}_k)$ die in der Vorlesung angegebenen Beziehungen

   $$\begin{aligned} [\hat{q}_k, \hat{A}] &= i\hbar \partial_{\hat{p}_k} \hat{A} \\ [\hat{p}_k, \hat{A}] &= -i\hbar \partial_{\hat{q}_k} \hat{A} \end{aligned}$$

7. **Erwartungswerte**

   Ein Teilchen werde durch die normierte Wellenfunktion

   $$\Psi(x) = \begin{cases} 2\alpha\sqrt{\alpha} x e^{-\alpha x} & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

   beschrieben (diese Form taucht später beim Wasserstoffatom nochmals auf).

   (a) Für welches x hat $|\Psi|^2$ sein Maximum?

   (b) Berechnen Sie $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle p \rangle$ und $\langle p^2 \rangle$.

   (c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß Teilchen zwischen $x = 0$ und $x = 1/\alpha$ anzutreffen?