INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. T. Bagdonat

QUANTENMECHANIK — WS 2000/2001

2. Übungsblatt — Abgabe: Freitag, 10.11.2000, bis 9^{45} Uhr

Sprechstunde: T. Bagdonat, A317, Dienstag ab 14^{00} Uhr, Tel.: 391-5187
Ein Link zu dieser Vorlesung: `http://www.tu-bs.de/institute/theophys/edu.html`

---

4. **Hamilton-Jacobi-Gleichung**

   Stellen Sie für die in der Vorlesung angegebene Hamilton-Jacobi-Gleichung das charakteristische System auf (Beschreibungen, wie das zu tun ist, findet man in der Literatur über partielle Differentialgleichungen).

   (a) Leiten Sie aus dem charakteristischen System die ursprünglichen Hamiltonschen Bewegungsgleichungen ab.

   (b) Zeigen Sie, daß sich aus der Zeitunabhängigkeit $\partial_t \mathcal{H} = 0$ von $\mathcal{H}$ die lineare Zeitabhängigkeit der Wirkungsfunktion $\mathcal{S}$ ergibt (was in der Vorlesung als „Ansatz“ benutzt wurde).

5. **Zerfließen eines Wellenpakets**

   In der Vorlesung wurde die Dispersionsrelation $\omega(k)$ bis zur 1. Ordnung entwickelt. Hier soll nun der Einfluß der 2. Ordnung untersucht werden. Dazu soll die zeitliche Entwicklung der eindimensionalen Wellenfunktion

$$\Psi(x,t) = \int dk\, A(k) e^{i(kx-\omega(k)t)} \quad \text{mit} \quad \omega(k) = \omega(k_0) + \partial_k\omega(k-k_0) + \frac{1}{2}\partial_k^2\omega(k-k_0)^2$$

   betrachtet werden.

   (a) Für $A(k)$ wird eine Gaußverteilung mit Breite Δk angenommen:

$$A(k) = e^{-\frac{(k-k_0)^2}{2(\Delta k)^2}} \quad .$$

   Berechnen Sie $\Psi(x,t)$, indem Sie die k-Integration ausführen, und daraus die Materialdichte $|\Psi|^2$. Diese hat wieder die Form einer Gaußverteilung im Ortsraum mit Breite $\Delta x(t)$.

   (b) Bestimmen Sie $\Delta x \cdot \Delta k$ für $t = 0$.

   (c) Geben Sie einen Ausdruck für die charakteristische Verbreiterungszeit τ an, wenn die Dispersionsrelation durch $\omega = \hbar k^2/(2m)$ gegeben ist.

   (d) Ein Elektron werde zum Zeitpunkt $t = 0$ aus der Elektronenhülle eines Atoms herausgeschlagen. Für das Wellenpaket dieses Elektrons soll eine Breite von 1Å angenommen werden. Bestimmen Sie τ.