Technische Universität Braunschweig

INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. H. Kriegel

QUANTENMECHANIK WS 2013/14

1. Übungsblatt Abgabe: keine (Präsenzübung)

**Fragen zu den Aufgaben:** H. Kriegel, Raum A317, Tel.: 391-5187, h.kriegel@tu-bs.de

1. **Rechnen mit komplexen Zahlen**

   Ein paar einfache Beispiele zur Wiederholung:

   (a) Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichungen $z^8 = 5$ und $z^8 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ .

   (b) Lösen Sie die Gleichung

   $$\frac{z}{1+i} - \frac{z}{1-i} = 1 + (z - z^*)\sin(\pi + i\ln 3) \quad .$$

   (c) Berechnen Sie $\ln(ie)$, $i^i$ und $\sqrt[i]{i}$.

2. **Berechnung von Erwartungswerten**

   Ein Teilchen werde durch die normierte Wellenfunktion

   $$\Psi(x) = N\exp(-\frac{x^2}{2a}) \tag{1}$$

   mit einer Konstanten $N \in \mathbb{R}$ beschrieben[1].

   (a) Bestimmen Sie $N$ so, dass

   $$\int_{\mathbb{R}} |\Psi(x)|^2 dx = 1 \tag{2}$$

   erfüllt ist.

   (b) Der Erwartungswert $\langle \hat{X} \rangle$ eines Operators $\hat{X}$ sei in Ortsdarstellung definiert als

   $$\langle \hat{X} \rangle = \int_{\mathbb{R}} \Psi^*(x)\hat{X}\Psi(x)\mathrm{d}x \quad . \tag{3}$$

   Berechnen Sie $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle \frac{\hbar}{i}\partial_x \rangle$ und $\langle \left(\frac{\hbar}{i}\partial_x\right)^2 \rangle$.

   (c) Die *Varianz* eines Operators $\hat{A}$ ist durch

   $$\Delta A = \sqrt{< A^2 > - < A >^2} \tag{4}$$

   gegeben. Berechnen Sie das Produkt $\Delta x\, \Delta p$.

[1] Hinweis: Diese Funktion beschreibt einen Zustand beim Harmonischen Oszillator.

3. **Wiederholung: Lineare Algebra**

In dieser Aufgabe sollen einige Grundbegriffe wiederholt werden. Wir betrachten die Matrix

$$\underline{\underline{A}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad . \tag{5}$$

Bestimmen Sie die Eigenwerte und die normierten Eigenvektoren von $\underline{\underline{A}}$. Geben Sie außerdem eine unitäre $3 \times 3$-Matrix $\underline{\underline{U}}$ an, die $\underline{\underline{A}}$ auf Diagonalgestalt transformiert. Das bedeutet: $\underline{\underline{U}} \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{U}}^{+}$ darf nur Diagonalelemente enthalten. Die zu $\underline{\underline{U}}$ *adjungierte* Matrix $\underline{\underline{U}}^{+}$ ist durch $\underline{\underline{U}}^{+} = \left(\underline{\underline{U}}^{T}\right)^{\star}$ definiert, d.h. $\underline{\underline{U}}$ wird transponiert und dann die Matrixelemente komplex konjugiert.

**Klausurtermin (vorläufig)**: 12. Februar 2014 (2. Termin: 19. März 2014)

**Teilnahmevoraussetzungen**: 50 % der Hausaufgabenpunkte. Zusätzlich muss in den Übungen mindestes einmal eine Aufgabe erfolgreich vorgerechnet werden. Zudem erfolgt ein kurzer Test nach Abschluss von Kapitel IV (voraussichtlich Anfang bis Mitte Dezember, der genaue Termin wird noch bekannt gegeben), der wie ein weiterer Hausaufgabenzettel bewertet wird.

**Fragen an**:

| | | |
|---|---|---|
| Hendrik Kriegel | h.kriegel@tu-bs.de | Raum A 317 |
| Tobias Eckhardt | t.eckhardt@tu-bs.de | |
| Daniel Frombach | d.frombach@tu-bs.de | |

**Link**:

http://www.tu-braunschweig.de/theophys/edu/wise-1314/qm1314