INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. H. Kriegel

QUANTENMECHANIK WS 2013/14

13. Übungsblatt Abgabe: Mo., 03.02.2014 bis 17.00 Uhr im Kasten vor A317

Fragen zu den Aufgaben: H. Kriegel, Raum A317, Tel.: 391-5187, h.kriegel@tu-bs.de

32. **Paritätsoperator** **(7 Punkte)**

Wir definieren den *Inversionsoperator* oder *Paritätsoperator* Π gemäß seiner Wirkung auf die Eigenzustände $|x\rangle$ des Ortsoperators $\hat{x}$,

$$\Pi|x\rangle := |-x\rangle \quad ; \tag{1}$$

d. h. durch Anwendung dieses Operators wird die Ortskoordinate gespiegelt: $x \to -x$. Zeigen Sie, dass

(a) $\Pi^{-1} = \Pi^\dagger = \Pi$;

(b) Π nur die Eigenwerte $\pi = +1, -1$ besitzen kann.

Für den Impulsoperator $\hat{p}$ und ein eindimensionales Potential $V(\hat{x})$ gelte zudem (ohne Beweis)

$$\Pi\, V(\hat{x})\, \Pi^\dagger = V(-\hat{x}) \qquad ; \qquad \Pi\, \hat{p}^2\, \Pi^\dagger = \hat{p}^2 \quad . \tag{2}$$

Wir betrachten nun den Hamiltonoperator H für ein Teilchen in einem eindimensionalen Potential $V(\hat{x})$. H habe diskrete, nicht entartete Eigenwerte U_n zu den Eigenfunktionen φ_n. Nehmen wir nun an, dass das Potential symmetrisch sei (d.h. $V(\hat{x}) = V(-\hat{x})$) und keine "undurchdringlichen Zwischenwände" habe.

(c) Zeigen Sie, dass H und Π gemeinsame Eigenfunktionen haben.

(d) Begründen Sie, dass außerdem

$$\Pi|n\rangle = (-1)^n|n\rangle \qquad \text{bzw.} \qquad \Pi^{\{x\}}\varphi_n(x) = (-1)^n\varphi_n(x) \tag{3}$$

gilt. ($\Pi^{\{x\}}$ bezeichnet hierbei die Ortsdarstellung von Π.)

33. **Auswahlregeln für elektrische Dipolübergänge** **(3 Punkte)**

Im Vorlesungsskript wird die Wechselwirkung eines quantenmechanischen Ein-Elektronen-Systems mit einer elektromagnetischen Welle diskutiert. Es wird gezeigt, dass Übergänge von einem Anfangszustand $|i\rangle$ in einen Endzustand $|f\rangle$ nur erlaubt sind, wenn das Matrixelement $\langle f|x|i\rangle$ von Null verschieden ist.

(a) Betrachten Sie ein inversionssymmetrisches Potential $V(x) = V(-x)$ und zeigen Sie, dass dann nur Übergänge mit $f - i$ ungerade erlaubt sind.
Hinweis: Greifen Sie auf Ihre Rechnungen zum Paritätsoperator zurück.

(b) Welche weitere Einschränkung gilt beim Harmonischen Oszillator? (Sie dürfen die Ergebnisse vorheriger Aufgaben benutzen.)

34. **Paramagnetische Resonanz** **(10 Punkte)**

Wir betrachten ein Elektron mit einem Spinfreiheitsgrad. Der Hamiltonoperator des Systems ist gegeben durch

$$\hat{H} = \mu_B \underline{\underline{\sigma}}\, \underline{B} \quad . \tag{4}$$

Hierbei bezeichnet $\underline{\underline{\sigma}} = (\underline{\underline{\sigma}}_1, \underline{\underline{\sigma}}_2, \underline{\underline{\sigma}}_3)$ den Vektor der Spinmatrizen und μ_B das Bohrsche Magneton. Das Elektron befinde sich in dem zeitabhängigen Magnetfeld

$$B(t) = B_1 \begin{pmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix} + B_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

Die beiden möglichen Zustände des Elektrons ($m_s = \pm 1/2$) werden dann durch den zweikomponentigen Spinor

$$|\underline{\psi}(t)\rangle = \begin{pmatrix} |\psi_+\rangle \\ |\psi_-\rangle \end{pmatrix} \tag{5}$$

erfasst.

Nehmen Sie an, dass sich das Elektron zur Zeit $t = 0$ im Eigenzustand $|\psi_+\rangle$ befindet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit $P_-(t)$ befindet es sich zur Zeit t im Zustand $|\psi_-\rangle$?

Hinweis: Dies ist das letzte Übungsblatt, auf das es Punkte gibt und das korrigiert wird.