INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. H. Kriegel

QUANTENMECHANIK WS 2011/12

13. Übungsblatt Abgabe: Mo., 06.02.2012 bis 14.00 Uhr im Kasten vor A317

Fragen zu den Aufgaben: H. Kriegel, Raum A317, Tel.: 391-5187, h.kriegel@tu-bs.de

34. **Auswahlregeln für elektrische Dipolübergänge** **(3 Punkte)**

Im Vorlesungsskript wird die Wechselwirkung eines quantenmechanischen Ein-Elektronen-Systems mit einer elektromagnetischen Welle diskutiert. Es wird gezeigt, dass Übergänge von einem Anfangszustand $|i\rangle$ in einen Endzustand $|f\rangle$ nur erlaubt sind, wenn das Matrixelement $\langle f|x|i\rangle$ von Null verschieden ist.

(a) Betrachten Sie ein inversionssymmetrisches Potential $V(x) = V(-x)$ und zeigen Sie, dass dann nur Übergänge mit $f - i$ ungerade erlaubt sind.
Hinweis: Greifen Sie auf Ihre Rechnungen zum Paritätsoperator zurück.

(b) Welche weitere Einschränkung gilt beim Harmonischen Oszillator? (Sie dürfen die Ergebnisse vorheriger Aufgaben benutzen.)

35. **Pauli-Matrizen** **(10 Punkte)**

Betrachten Sie die Pauli-Matrizen

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad .$$

(a) Zeigen Sie, dass die Pauli-Matrizen zusammen mit $\sigma_0 = \mathbb{1}$ eine Basis des Raumes der komplexen 2 x 2 - Matrizen bilden. Geben Sie für eine beliebige solche Matrix A die Koeffizienten $x \in \mathbb{C}^4$ an, so dass gilt

$$A = \sum_{j=0}^{3} x_j \sigma_j \quad .$$

(b) Zeigen Sie, dass A genau dann hermitesch ist, wenn $x \in \mathbb{R}^4$ gilt.

(c) Drücken Sie die Eigenwerte von hermiteschem A durch die Komponenten x_i aus.

(d) Zeigen Sie: Ist A eine Dichtematrix, so lässt sie sich durch Vektoren $r \in \mathbb{R}^3$ mit $||r|| \leq 1$, der sogenannten Bloch-Kugel, darstellen.

Bitte wenden ⟶

36. **Paramagnetische Resonanz** **(7 + 3 Punkte)**

Wir betrachten ein Elektron mit einem Spinfreiheitsgrad. Der Hamiltonoperator des Systems ist gegeben durch

$$\hat{H} = \mu_B \underline{\underline{\sigma}}\, \underline{B} \quad . \tag{1}$$

Hierbei bezeichnet $\underline{\underline{\sigma}} = (\underline{\underline{\sigma}}_1, \underline{\underline{\sigma}}_2, \underline{\underline{\sigma}}_3)$ den Vektor der Spinmatrizen und μ_B das Bohrsche Magneton. Das Elektron befinde sich in dem zeitabhängigen Magnetfeld

$$B(t) = B_1 \begin{pmatrix} \cos\omega t \\ \sin\omega t \\ 0 \end{pmatrix} + B_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

Die beiden möglichen Zustände des Elektrons ($m_s = \pm 1/2$) werden dann durch den zweikomponentigen Spinor

$$|\underline{\psi}(t)\rangle = \begin{pmatrix} |\psi_+\rangle \\ |\psi_-\rangle \end{pmatrix} \tag{2}$$

erfasst.

Nehmen Sie an, dass sich das Elektron zur Zeit $t = 0$ im Eigenzustand $|\psi_+\rangle$ befindet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit $P_-(t)$ befindet es sich zur Zeit t im Zustand $|\psi_-\rangle$?

Hinweis: Dies ist das letzte Übungsblatt, auf das es Punkte gibt und das korrigiert wird. Nächste Woche gibt es an dieser Stelle dann ein Klausurvorbereitungsblatt.