Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
Dipl.-Phys. H. Kriegel

QUANTENMECHANIK WS 2011/12

12. Übungsblatt Abgabe: Mo., 30.01.2012 bis 14.00 Uhr im Kasten vor A317

Fragen zu den Aufgaben: H. Kriegel, Raum A317, Tel.: 391-5187, h.kriegel@tu-bs.de

32. Zeitabhängige Operatoren (10 Punkte)

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben sowohl für die eindimensionale Bewegung eines freien Teilchens als auch für den eindimensionalen harmonischen Oszillator. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sollen Schrödinger-Bild und Heisenberg-Bild zusammenfallen.

(a) Bestimmen Sie im Heisenberg-Bild die Kommutatoren

i. $[\hat{x}_H(t_2), \hat{x}_H(t_1)]$
ii. $[\hat{p}_H(t_2), \hat{p}_H(t_1)]$
iii. $[\hat{x}_H(t_2), \hat{p}_H(t_1)]$.

(b) Drücken Sie die Erwartungswerte der Orts- und Impulsvariablen zum Zeitpunkt t durch ihre Anfangswerte zum Zeitpunkt $t = 0$ und die Zeit t aus.

33. Störungstheorie: Harmonischer Oszillator im elektrischen Feld (10 Punkte)

Auf einen harmonischen Oszillator (z.B. ein Ion der Ladung q) wirke ein schwaches, konstantes elektrisches Feld E parallel zur Bewegungsrichtung. Somit lautet der Hamilton-Operator

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 - qEx \quad . \tag{1}$$

Wir wollen nun die Energieniveaus dieses Systems mit Hilfe der stationären Störungstheorie ermitteln.

(a) Skizzieren Sie zunächst kurz die Grundidee der Rayleigh-Schrödinger-Methode

(b) Bestimmen Sie in erster Ordnung Störungsrechnung die Eigenzustände des Oszillators.

(c) Berechnen Sie mittels Störungstheorie erster und zweiter Ordnung die Energiekorrekturen, indem Sie den zusätzlichen Potentialterm, der aus dem elektrischen Feld resultiert, als Störung auffassen.

(d) Bestimmen Sie die exakten Energieeigenwerte nun ohne Störungsrechnung, indem sie eine geeignete quadratische Ergänzung in H einfügen. Verschwindet die Energiekorrektur dritter Ordnung?