



31. Zeitabhängige Operatoren

(10 Punkte)

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben sowohl für die eindimensionale Bewegung eines freien Teilchens als auch für den eindimensionalen harmonischen Oszillator. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sollen Schrödinger-Bild und Heisenberg-Bild zusammenfallen.

- (a) Bestimmen Sie im Heisenberg-Bild die Kommutatoren

i. $[\hat{x}_H(t_2), \hat{x}_H(t_1)]$

ii. $[\hat{p}_H(t_2), \hat{p}_H(t_1)]$

iii. $[\hat{x}_H(t_2), \hat{p}_H(t_1)]$.

- (b) Drücken Sie die Erwartungswerte der Orts- und Impulsvariablen zum Zeitpunkt t durch ihre Anfangswerte zum Zeitpunkt $t = 0$ und die Zeit t aus.

32. Störungstheorie: Harmonischer Oszillator im elektrischen Feld (10 Punkte)

Auf einen harmonischen Oszillator (z.B. ein Ion der Ladung q) wirke ein schwaches, konstantes elektrisches Feld E parallel zur Bewegungsrichtung. Somit lautet der Hamilton-Operator

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 - qEx \quad . \quad (1)$$

Wir wollen nun die Energieniveaus dieses Systems mit Hilfe der stationären Störungstheorie ermitteln.

- (a) Skizzieren Sie zunächst kurz die Grundidee der Rayleigh-Schrödinger-Methode
- (b) Bestimmen Sie in erster Ordnung Störungsrechnung die Eigenzustände des Oszillators.
- (c) Berechnen Sie mittels Störungstheorie erster und zweiter Ordnung die Energiekorrekturen, indem Sie den zusätzlichen Potentialterm, der aus dem elektrischen Feld resultiert, als Störung auffassen.
- (d) Bestimmen Sie die exakten Energieeigenwerte nun ohne Störungsrechnung, indem sie eine geeignete quadratische Ergänzung in H einfügen. Verschwindet die Energiekorrektur dritter Ordnung?